Solucionario Aritmética 4.°

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 8) Unidad 1

Comunicación matemática

1. Los enunciados (II) y (V) no son proposiciones lógicas, ya que no se les puede asignar un valor de verdad (II es una oración desiderativa y V es una oración imperativa).

Los enunciados (I), (III) y (IV) sí son proposiciones, ya que se les puede asignar un valor de verdad.

Clave C

2. El acusado es culpable (p) si y solo si (⇔)
las huellas son auténticas; (q)
las huellas son auténticas (q)
si y solo si (⇔) se encuentran en el arma del delito. (r)

$\therefore (p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)$

Clave E

3. Las personas te odiarán (p) porque (⇐)
siempre, dices la verdad, (q) si y solo si, (⇔)
siempre dices la verdad, (q) pues (⇐)
eres persona moral. (r)

$\therefore (q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow q)$

Clave D

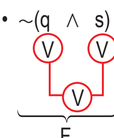
Razonamiento y demostración

4. Del enunciado:

$[(q \Leftrightarrow p) \triangle s] \vee \sim(q \wedge s)$
F   F
F

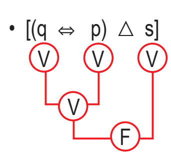
Entonces:

- $\sim(q \wedge s)$



F

- $[(q \Leftrightarrow p) \triangle s]$



Luego: p = V; q = V; s = V

Clave B

5. Por dato

$\sim p \Rightarrow (\sim r \vee q)$
V   F F
F
F

De donde:
p = F; r = V, q = F

También:

$\sim r \wedge (p \Leftrightarrow \sim s)$
F   F V
F
F

De donde: s = F

Luego:

I. $(p \Rightarrow \sim q) \triangle r$
$(F \Rightarrow \sim F) \triangle V$
$(F \Rightarrow V) \triangle V$
$V \triangle V$
F

II. $(s \wedge r) \vee p$
$(F \wedge V) \vee F$
$F \vee F$
F

III. $(\sim s \Rightarrow \sim q) \Rightarrow r$
$(\sim F \Rightarrow \sim F) \Rightarrow V$
$(V \Rightarrow V) \Rightarrow V$
$V \Rightarrow V$
V

Clave E

Resolución de problemas

6. I. $3^2 = 2^3 \Leftrightarrow 10^2 = 100$
F ⇔ V
F

II. $\frac{7}{2} > 3,5$ ó $27,3 = 3^3$
F V F
F

III. $4\pi \geq \sqrt{3}$ y $\sqrt{3} + \sqrt{2} > 1$
V ∧ V
V

Clave A

7.

p	q	~	[p	∨	(q	⇒	~p)	⇔	q
V	V	F	V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	F	V	F	V	F
F	V	F	F	V	V	V	V	F	V
F	F	F	F	V	F	V	V	V	F

Consistente

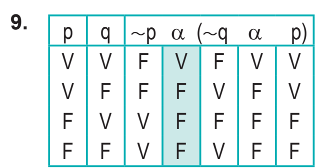
Clave B

8.

p	q	[~p	∧	(~q	⇔	q)	△	(q	⇒	p)
V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	V	F	F	V	F	V	F

Clave D

9.



p	q	~p	α	(~q	α	p)
V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	F	F
F	F	V	F	V	F	F

Matriz principal

Clave B

10. Simplificamos:

$[(\sim r \wedge s) \vee \sim(\sim s \vee \sim r)] \Rightarrow (p \wedge q \wedge \sim s)$

$\equiv [(\sim r \wedge s) \vee (s \wedge r)] \Rightarrow (p \wedge q \wedge \sim s)$

$\equiv [s \wedge (\sim r \vee r)] \Rightarrow (p \wedge q \wedge \sim s)$

$\equiv [s \wedge V] \Rightarrow (p \wedge q \wedge \sim s)$

$\equiv s \Rightarrow (p \wedge q \wedge \sim s)$

$\equiv \sim s \vee (\sim s \wedge p \wedge q)$

$\equiv \sim s$

Clave D

Nivel 2 (página 8) Unidad 1

Comunicación matemática

11. $\underbrace{\text{Habrá un caos social}}_{p}$, $\underbrace{\text{si y solo si}}_{\Leftrightarrow}$,

$\underbrace{\text{no se atienden las demandas laborales}}_{\sim q}$, $\underbrace{\text{o}}_{\vee}$,

$\underbrace{\text{se suspenden las garantías constitucionales}}_{\sim r}$.

$\therefore p \Leftrightarrow (\sim q \vee r)$

Clave C

12. $\underbrace{\text{La teoría de la relatividad no es exacta}}_{\sim p}$ $\underbrace{\text{y}}_{\wedge}$

$\underbrace{\text{las leyes de la mecánica celeste no son absolutas}}_{\sim q}$,

$\underbrace{\text{puesto que}}_{\Leftarrow}$

$\underbrace{\text{Einstein no está, científicamente equivocado}}_{\sim r}$.

$\therefore \sim r \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

Clave B

Razonamiento y demostración

13. A. $\underbrace{\sim p}_{V} \wedge \sim\underbrace{(r \Rightarrow s)}_{F} \equiv V$

Entonces: $p \equiv F$; $r \equiv V$; $s \equiv F$

B. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow q \equiv V$

$\downarrow$

$\underbrace{(F \Rightarrow q)}_{V} \Leftrightarrow q \equiv V$

$V \Leftrightarrow q \equiv V$

$\downarrow$

V

Luego:

- $(p \vee q) \wedge (r \Leftrightarrow s)$

  $(F \vee V) \wedge (V \Leftrightarrow F) \equiv (V) \wedge (F) \equiv F$

- $(p \vee q) \vee (s \Rightarrow \sim r)$

  $(F \vee V) \vee (F \Rightarrow F) \equiv (V) \vee (V) \equiv V$

- $(p \Rightarrow q)\ \Delta\ q$

  $(F \Rightarrow V)\ \Delta\ V \equiv (V)\ \Delta\ (V) \equiv F$

Por lo tanto, los valores de verdad son: FVF

Clave D

14. $\underbrace{(p \wedge \sim q)}_{V} \Rightarrow \underbrace{(p \Rightarrow r)}_{F} \equiv F$

- $\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{\sim q}_{V} \equiv V$

- $\underbrace{p}_{V} \Rightarrow \underbrace{r}_{F} \equiv F$

Tenemos: $p \equiv V$; $q \equiv F$; $r \equiv F$

Entonces:

I. $p \vee q$ es falsa

$p \vee q \equiv V \vee F \equiv V$

No se puede afirmar I.

II. $r \Rightarrow q$ es verdadera

$r \Rightarrow q \equiv F \Rightarrow F \equiv V$

Sí se puede afirmar II.

III. $\sim q \Rightarrow p$ es verdadera

$\sim q \Rightarrow p \equiv V \Rightarrow V \equiv V$

Sí se puede afirmar III.

Clave D

Resolución de problemas

15.

p	q	(p	∧	~q)	⇒	~	(q	⇒	~p)
V	V	V	F	F	V	V	V	F	F
V	F	V	V	V	F	F	F	V	F
F	V	F	F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	F	F	V	V

Matriz principal

Clave D

16.

p	q	(q	△	~p)	⇒	~	[~p	∧	(q	⇔	p)]
V	V	V	V	F	V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	F	V	V	F	V	F

Consistente

Clave C

17.

p	q	~	[(p	*	q)	*	~p]	△	q
V	V	F	V	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	F	F
F	V	V	F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	F	V	F	F	V	V	F

Clave D

18. Simplificamos:

$\{\sim[(p \square q) \wedge (q \square p)] \square \sim p\} \Rightarrow p$

$\equiv \{\sim[(\sim p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow p)] \square \sim p\} \Rightarrow p$

$\equiv \{\sim[(p \vee q) \wedge (q \vee p)] \square \sim p\} \Rightarrow p$

≡ {~(p ∨ q) ⇒ □~p} ⇒ p

≡ {(p ∨ q) ⇒ ~p} ⇒ p

≡ {~(p ∨ q) ∨ ~p} ⇒ p

≡ {(~p ∧ ~q) ∨ ~p} ⇒ p

≡ {~p} ⇒ p

≡ p ∨ p ≡ p

Clave A

19. [p ⇒ ~(q ⇒ p)] ⇒ ~q

[~p ∨ ~(q ⇒ p)] ⇒ ~q

[~p ∨ ~(~q ∨ p)] ⇒ ~q

[~p ∨ (q ∧ ~p)] ⇒ ~q

[~p ∨ (~p ∧ q)] ⇒ ~q

~p ⇒ ~q ≡ ~(~p) ∨ ~q

p ∨ ~q

∴ [p ⇒ ~(q ⇒ p)] ⇒ ~q ≡ p ∨ ~q

Clave E

20. I. ~p ∨ ~q ≡ ~(p ∧ q)

II. ~p ⇒ q ≡ ~(~p) ∨ q ≡ p ∨ q

III. p ∨ q

Por lo tanto, II y III son equivalentes.

Clave C

Nivel 3 (página 9) Unidad 1

Comunicación matemática

21. Sean las proposiciones:

p: Juan Carlos es congresistas

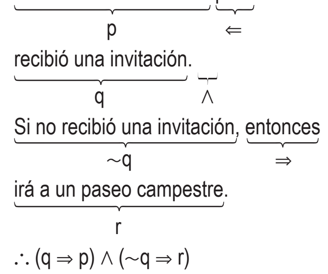
Q: Juan Carlos es presidente de la comisión de constitución.

Luego:

(p ∧ q) ⇒ p

Clave B

22.



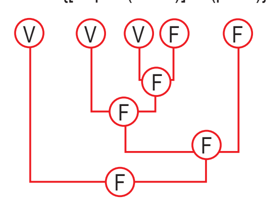
∴ (q ⇒ p) ∧ (~q ⇒ r)

Clave E

Razonamiento y demostración

23. Se tiene:

~t ⇒ {[~q ⇒ (s ⇔ t)] ∨ (p ∧ r)}



Luego:

I. (V)

~q = V; entonces: q = F

II. (V)

p puede ser V o F

III. (F)

r puede ser V o F

Clave D

24. ~{~[(p ∧ q) ⇒ r] ∧ [(p ⇒ q) ∨ p]} ≡ F

(con: ~[(p ∧ q) ⇒ r] ∧ [(p ⇒ q) ∨ p] = V; (p ∧ q) ⇒ r = F; (p ⇒ q) ∨ p = V)

• (p ∧ q) ⇒ r ≡ F (p ∧ q = V; r = F)

Entonces: p ≡ V; q ≡ V ...(1)

• (p ⇒ q) ∨ p ≡ V ...(2)

Los valores de (1) también verifican en (2).

Por lo tanto, los valores de verdad de las variables proposicionales p, q y r son respectivamente VVF.

Clave B

Resolución de problemas

25.

p	q	r	[~p	⇒	(r	⇒	~q)]	∨	[~(	~p	△	r)	∨	q]
V	V	V	F	V	V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	F	V	V	F	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V	V	F	F	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F	V	V	V	V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	V	F	F	V	V	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V	F
F	F	F	V	V	F	V	V	V	F	V	V	F	F	F

Tautología

Clave A

26.

p	q	[p	∧	(~q	△	p)]	⇔	~	{~q	∧	[~p	⇔	(p	∧	q)]}
V	V	V	V	F	V	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V
V	F	V	F	V	F	V	V	F	V	V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	F	F	F	F	V	F	F	V	F	F	F	V
F	F	F	F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	F	F

Clave C

27.

p	q	(q	↓	~p)	⇔	{[(~q	↓	p)	△	p]	↓	(~q	∧	p)}
V	V	V	F	F	V	F	V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	V	F	V	V	V	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	F	F	F	F	F	F	F	F	F
F	F	F	V	V	F	V	F	F	F	F	F	V	F	F

Clave D

28. Simplificamos:

$[p \Rightarrow \sim(p \wedge q)] \Rightarrow \{[(q \vee p) \wedge \sim q] \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)\}$

$\equiv [\sim p \vee \sim(p \wedge q)] \Rightarrow \{[p \wedge \sim q] \wedge (q \vee \sim p)\}$

$\equiv [\sim p \vee \sim p \vee \sim q] \Rightarrow \{\underbrace{\sim[\sim p \vee q] \wedge (\sim p \vee q)}_{F}\}$

$\equiv \sim[\sim p \vee \sim q] \vee F$

$\equiv \sim[\sim p \vee \sim q] \equiv p \wedge q \equiv p \, \alpha \sim q$

Clave C

29. $t \Rightarrow \{[(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \wedge [\sim p \wedge (q \Rightarrow p)]\}$

$t \Rightarrow \{[\sim(p \Rightarrow q) \vee q] \wedge [\sim p \wedge (\sim q \vee p)]\}$

$t \Rightarrow \{[\sim(\sim p \vee q) \vee q] \wedge [\sim p \wedge (p \vee \sim q)]\}$

$t \Rightarrow \{[(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge (\sim p \wedge \sim q)\}$

$t \Rightarrow \{[q \vee (\sim q \wedge p)] \wedge \sim(p \vee q)\}$

$t \Rightarrow \{(q \vee p) \wedge \sim(p \vee q)\}$

$t \Rightarrow \{(p \vee q) \wedge \sim(p \vee q)\}$ (Complemento)

$t \Rightarrow F \equiv \sim t \vee F \equiv \sim t$

Clave C

30. Por dato:

$p * q \equiv \sim(p \vee q)$

Luego:

$N \equiv \sim[(a \Rightarrow b) \vee (a * \sim b)] \vee [\sim(\sim a \vee \sim b)]$

$N \equiv \sim[(\sim a \vee b) \vee (\sim a \wedge b)] \vee [a \wedge b]$

$N \equiv \sim[(\sim a \vee b)] \vee (a \wedge b)$

$N \equiv (a \wedge \sim b) \vee (a \wedge b)$

$N \equiv a \wedge \underbrace{(\sim b \vee b)}_{V}$

$N \equiv a \wedge V \qquad \therefore\ N \equiv a$

Clave A

PRACTIQUEMOS
Nivel 1 (página 12) Unidad 1

Comunicación matemática

1. Tenemos:
$M = \{9; 16; 36\}$ y $N = \{3; 4\}$
a) $M \times N = \{(9;3); (9;4); (16;3); (16;4); (36;3); (36;4)\}$
b) $n(N \times M) = \boxed{6}$

2.
I. $6 \in (C - B) \cup (A - B)$ (F)
II. $9 \in (C - B) \cup (C \cap B)$ (F)
III. $5 \in (B \cap C) - (A \cap C)$ (V)
IV. $1 \in (A \cup B) - (B \cap C)$ (F)
V. $5 \in (B \cap C) - (A \cap B)$ (V)

3. a) $\underline{\forall x \in A}: x + 2 > 4$
b) $\underline{\exists x \in A} / x - 2 = 4$
c) $\underline{\exists x \in A} / \frac{x}{5} \in \mathbb{N}$
d) $\underline{\exists x \in A} / x - 10 = 0$

Razonamiento y demostración

4.
I. (V)
$x = 3; y = 2: \frac{3+2}{5} \in \mathbb{Z}$
$x = 6; y = 4: \frac{6+4}{5} \in \mathbb{Z}$
$x = 9; y = 6: \frac{9+6}{5} \in \mathbb{Z}$

II. (V)
$x = 3; y = 2: 3 - 2 > 0$
$x = 6; y = 4: 6 - 4 > 0$
$x = 9; x = 6: 9 - 6 > 0$

III. (F)
Para:
$x = 2; y = 3: 2 - 3 > 0$ (falso)

IV. (F)
Para:
$x = 2; y = 6: 2 + 6 = 7$ (falso)

5. $A - B = \varnothing$ y tienen la misma cantidad de elementos.
Entonces: $A = B$
$\{2a; 3\} = \{2; b\} \Rightarrow a = 1$
$b = 3$
$C = \{x$ es par$/ b - a < x < a + b\}$
$2 < x < 4$
↳ 3 (impar)
$\therefore C = \varnothing$

Clave B

Resolución de problemas

6. $\frac{x^2 - 25}{x - 5} = x + 5, x \neq 5$
$\Rightarrow A = \{6; 7; 8; 9; 11\}$
$-1 \leq x \leq 8$
$-3 \leq 3x \leq 24$
$-2 \leq 3x + 1 \leq 25$
$-1 \leq \frac{3x+1}{2} \leq 12,5$
$\Rightarrow B = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$
$A \Delta B = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 12\}$
$\Rightarrow n(A \Delta B) = 9$
$A \cap B = \{6; 7; 8; 9; 11\}$
$\Rightarrow n(A \cap B) = 5$
$\therefore n(A \Delta B) + n(A \cap B) = 14$

Clave C

7. Si se cumple: $M - N = \varnothing$
Donde:
$M = \{4n; 5\}$
$N = \{4; m\}$
$P = \{x$ es par $/ m - n < x < 2n + m\}$
Del dato: $M - N = \varnothing \Rightarrow M \subset N$
Se deduce que los elementos de M y N son iguales, entonces:
$4n = 4 \quad \wedge \quad 5 = m$
$n = 1$
Hallamos el conjunto P:
$P = \{x$ es par $/ m - n < x < 2n + m\}$
Reemplazando los valores de m y n:
$\Rightarrow 5 - 1 < x < 2(1) + 5$
$4 < x < 7$
↓
$\Rightarrow x = \{5; 6\}$
$P = \{x$ es par$\} \Rightarrow P = \{6\}$
$\therefore n(P) = 1$

Clave B

8. $(x^2 + 7x; y - 2) = (44; 32); x \wedge y \in \mathbb{Z}^+$
$x^2 + 7x = 44$
$x(x + 7) = 4(4 + 7) \Rightarrow x = 4$
$y - 2 = 32 \Rightarrow y = 34$
$\therefore x + y = 38$

Clave C

9. Se tiene A y B, tal que:
$n[P(A)] = 128 = 2^7 \Rightarrow n(A) = 7$
$n[P(B)] = 256 = 2^8 \Rightarrow n(B) = 8$
$n[P(A \cap B)] = 64 = 2^6 \Rightarrow n(A \cap B) = 6$
Se cumple:
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
Entonces:
$n(A \cup B) = 7 + 8 - 6 = 9$
$\Rightarrow n(A \cup B) = 9$
$\therefore n[P(A \cup B)] = 2^9 = 512$

Clave D

10. Dado el conjunto: A
$A = \{x^2 / x \in \mathbb{N} \wedge 5 < x < 9\}$
Hallamos x:
$x = \{6; 7; 8\}$
Para:
$A = \{36; 49; 64\} \Rightarrow n(A) = 3$
$n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^3 = 8$
n.° subconjuntos del conjunto potencia:
$2^{n[P(A)]} = 2^8 = 256$

Clave D

Nivel 2 (página 13) Unidad 1

Comunicación matemática

11. a) $A = \{x^2/x \in \mathbb{N} \wedge 5 \leq x \leq 8\}$

$B = \{x^3/x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 4\}$

b) $A \cap B = \{64\}$

c) $n(A \triangle B) = \boxed{6}$

d) $n(A) = \boxed{4}$

12. I. $q \in (A - B) \cap (C - B)$ $\boxed{F}$

II. $n \in (C \cap A) - (A \cap B)$ $\boxed{V}$

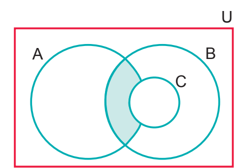
III. $t \notin (C - B) \cup A$ $\boxed{F}$

IV. $p \notin (A \cup B) \cap (C - B)$ $\boxed{V}$

V. $r \in (B - A) \cup C$ $\boxed{F}$

Razonamiento y demostración

13. Halla la representación de la figura sombreada.



$\therefore (A \cap B) - C$

Clave E

14. $A = \{23; 60; 121; 212\}$

$t_1 = 23 = 3^3 - 4$

$t_2 = 60 = 4^3 - 4$

$t_3 = 121 = 5^3 - 4$

$t_4 = 212 = 6^3 - 4$

$t_{x-2} = x^3 - 4 \wedge 3 \leq x < 7$

$\therefore\ A = \{x^3 - 4 / x \in \mathbb{Z} \wedge 3 \leq x < 7\}$

Clave A

Resolución de problemas

15. $A = \{x / x \in \mathbb{Z};\ x < 1\}$

$A = \{...; -2; -1; 0\}$

A no es unitario

$B = \{x / x \in \mathbb{N};\ x^2 - 2x - 3 = 0\}$

$x \quad -3$

$x \quad 1$

$x = 3 \vee x = -1$

$B = \{3\} \Rightarrow$ B es unitario

$C = \{x / x \in \mathbb{Z} / 7 < 3x < 11\}$

$\dfrac{7}{3} < x < \dfrac{11}{3}$

$2,\overset{\frown}{3} < x < 3,\overset{\frown}{6} \Rightarrow x = 3$

$C = \{3\} \Rightarrow$ C es unitario

Clave C

16. Si el conjunto A es unitario:

$A = \{a + b; b + c; a + c; 8\}$

Los elementos de A son iguales.

$a + b = 8$

$b + c = 8$ (+)

$a + c = 8$

$2a + 2b + 2c = 24$

$a + b + c = 12$

$\Rightarrow a = 4; b = 4$ y $c = 4$

Piden:

$a \cdot b \cdot c = 4 \times 4 \times 4 = 64$

Clave B

17. Por dato: A $\wedge$ B son unitarios

$A = \{2^a; 3^b\} \Rightarrow 2^a = 3^b$

$\Rightarrow a = 0 \wedge b = 0$

$B = \{2^{2x}; 8^2\} \Rightarrow 2^{2x} = 2^6$

$\Rightarrow x = 3$

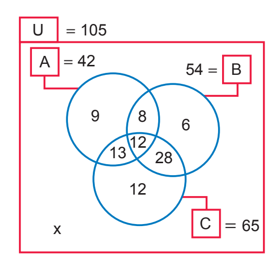
$C = \{a + 1, b - 2, b + 4\} \Rightarrow C = \{1; -2; 4\}$

$D = \{b + 1, b, x + 2\} \Rightarrow D = \{1; 0; 5\}$

$\therefore\ n(C \cap D) = 1$

Clave A

18.



Sea: $n[(A \cup B \cup C)'] = x$

Luego:

$42 + 34 + 12 + x = 105 \qquad \therefore\ x = 17$

Clave C

19. Sean los conjuntos: A y B

Donde:

$n(A) = 7 \wedge n(B) = 3$

Nos piden el máximo valor de:

$n(A \cup B)$ y $n(A \cap B)$

Luego:

$n(A \cup B)_{máx.}$ cuando: $(A \cap B) = \varnothing$

$n(A \cup B)_{máx.} = n(A) + n(B) = 7 + 3 = 10$

Para:

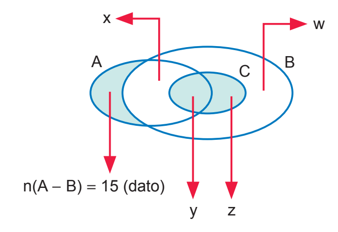
$n(A \cap B)_{máx.}$ cuando: $B \subset A$

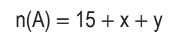
$n(A \cap B)_{máx.} = n(B) = 3$

Clave D

20. Como:

$C \cap B' = \varnothing \Rightarrow C \subset B$





$n(A) = 15 + x + y$

$30 = 15 + x + y \Rightarrow x + y = 15$ ...(1)

$n(B) = x + y + z + w$

$40 = 15 + z + w \Rightarrow z + w = 25$ ...(2)

$n(C' \cap B) = x + w$

$\Rightarrow 33 = x + w$ ...(3)

Sumando (1) y (2):

$x + y + z + w = 40$

$\underbrace{x + w}_{33} + y + z = 40$

$\Rightarrow y + z = 7$

Piden:

$n[C \cup (A - B)] = 15 + y + z = 15 + 7 = 22$

Clave E

Nivel 3 (página 14) Unidad 1

Comunicación matemática

21.

I. $0 \in (A - C) \cup (B \cap C)$ F

II. $4 \in (A \cap B) \cup (B - A)$ V

III. $7 \in (C - A) - (B \cap A)$ V

IV. $6 \in (A \cup B) - (C \cap A)$ F

V. $3 \in (A \cap B) - (A \cap C)$ V

22.

a) $\exists x \in B / \frac{x}{2} \notin \mathbb{N}$

b) $\forall x \in B;\ 3x < 49$

c) $\exists x \in B / \sqrt[3]{x} \in \mathbb{N}$

d) $\forall x \in B;\ x + 1 \in \mathbb{Z}^+$

23. a) Si A y B son comparables y $n(B - A) = 6$

$\Rightarrow A \subset B$

$\Rightarrow n(A \cup B) = n(B) = 9$

$n(B - A) = n(B) - n(A)$

$6 = 9 - n(A)$

$\therefore n(A) = 3$

b) $2a + 3b = 18 \wedge 9b - 7a = 15$

$\Rightarrow a = 3$

$b = 4$

$\therefore a \cdot b = 12$

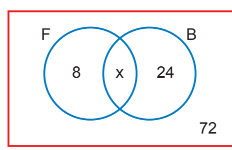
c) $2x - 1 = 7 \wedge 7 = 3y + 1$

$x = 4 \quad 6 = 3y$

$y = 2$

$\therefore x - y = 2$

d)



$72 + 32 + x = 120$

$x = 16$

Fuman y beben o no fuman ni beben

$16 + 72 = 88$

e) $2^{n+2} - 2 \cdot 2^{n-2} = 7 \times 2^5$

$2^n(2^2 - 2^{-1}) = 7 \times 2^5$

$2^n \cdot \frac{7}{2} = 7 \times 2^5$

$7 \times 2^{n-1} = 7 \times 2^5$

$\Rightarrow n - 1 = 5$

$\therefore n = 6$

f) Se observa:

$A = \{0; 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89\}$

+ + + + + + + + + + +

$\Rightarrow n(A) = 10$

g) $-7 < 4x + 1 < 21$

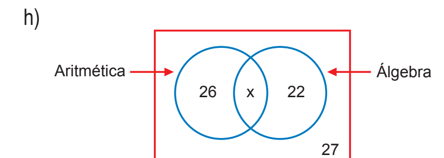
$-2 < x < 5$

$\Rightarrow M = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

$\Rightarrow$ n.° subconjuntos propios $= 2^n - 1$

$\therefore 2^6 - 1 = 63$

h)



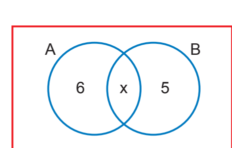
$26 + x + 22 + 27 = 100$

$x = 25$

$\therefore$ Llevan solo uno de los cursos:

$26 + 22 = 48$ alumnos

i)



$2^{n(A - B)} - 1 = 63 \Rightarrow n(A - B) = 6$

$n(A \cup B) = 11 \Rightarrow 6 + x + 5 = 11$

$\Rightarrow x = 0$

$\therefore n(A \cap B) = x = 0$

Razonamiento y demostración

24. $[(A \cup C) - B] \cup [B - (A \cup C)]$

Clave B

25. I. Si; $A = \varnothing \Rightarrow n[P(A)] = 1$ (V)

Demostración:

$P(A) = \{\varnothing\}$ posee un elemento

$\therefore n[P(A)] = 1$

II. Si A es un conjunto unitario:

$\Rightarrow n[P(A)] = 1$ (F)

Demostración:

$n[P(A)] = 2^{n(A)}$

Si A es un conjunto unitario posee solo un elemento.

$\therefore n[P(A)] = 2^1 = 2$

III. Si $A = B \Rightarrow n(A \cup B) = n(A \cap B)$ (V)

Demostración:
$A \cup B = A \cup (A) = A$ ...(1)
$A \cap B = A \cap (A) = A$ ...(2)

Luego: (1) es igual a (2).
$\Rightarrow (A \cup B) = (A \cap B)$
$\therefore\ n(A \cup B) = n(A \cap B)$

IV. Si $A \cap B = \varnothing \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ (V)

Demostración:
Por propiedad:
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

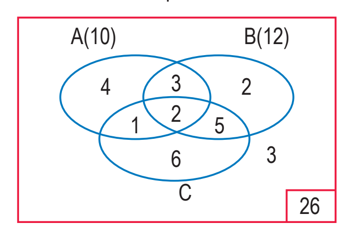
Como:
$A \cap B = \varnothing \Rightarrow n(A \cap B) = 0$
$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

$\therefore$ Son verdaderas: I, III, IV

Clave C

Resolución de problemas

26. Con los datos del problema se tiene:



$\therefore n(C') = 4 + 3 + 2 + 3 = 12$

Clave E

27.

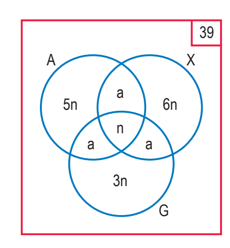
	Tenían reloj	No tenían reloj	Total
Hombres	60	m	70
Mujeres	a	n	30
	75	25	100

$\Rightarrow a + 60 = 75$ $\quad 60 + m = 70$ $\quad a + n = 30$
$a = 15$ $\quad m = 10$ $\quad 15 + n = 30$
$n = 15$

Piden el n.° de mujeres que tenían reloj: a
$\therefore\ a = 15$

Clave C

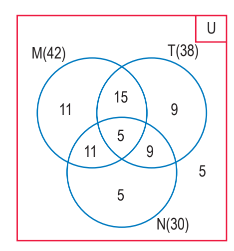
28.



Luego:
$5n + a + a + n + 6n + a + 3n = 39$
$15n + 3a = 39$
$\Rightarrow 5n + a = 13$
Piden: $5n + a = 13$

Clave B

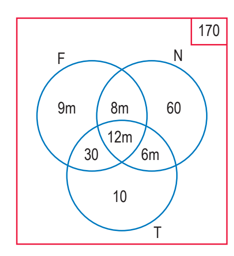
29. Del enunciado:



El n.° total de ómnibus, será:
$42 + 9 + 9 + 5 + 5 = 70$
Por lo tanto, en total hay 70 ómnibus.

Clave E

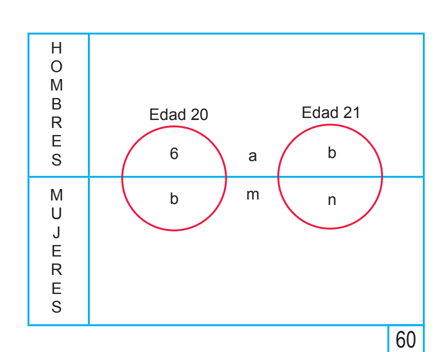
30.



Luego:
$9m + 8m + 12m + 30 + 60 + 6m + 10 = 170$
$35m + 100 = 170$
$35m = 70$
$\Rightarrow m = 2$
Piden: $9m + 8m$
$\therefore 9m + 8m = 17(2) = 34$

Clave E

31.



Del enunciado:

- 18 hombres no tienen 21 años.
  $18 = a + 6 \Rightarrow a = 12$
- 22 hombres no tienen 20 años.
  $22 = \underbrace{a}_{12} + b \Rightarrow b = 10$

Piden: n.° de mujeres que no tienen 20 años
$= (m + n)$

Del gráfico: $6 + a + b + b + m + n = 60$
$6 + 12 + 10 + 10 + m + n = 60$
$\therefore m + n = 22$

Clave B

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 18) Unidad 1

Comunicación matemática

1.

2. Del enunciado:

$A = \{\overline{4a}_{(2b)};\ 111_{(2)}\} = \{\overline{4a}_{(2b)};\ 7\}$

$B = \{26;\ \overline{1b}_{(4)}\}$

Por dato A = B, entonces:

$\overline{1b}_{(4)} = 7$

$4 + b = 7$

$\Rightarrow b = 3$

$\overline{4a}_{(2b)} = 26$

Luego: $\overline{4a}_{(2 \times 3)} = 26$

$4 \times 6 + a = 26$

$24 + a = 26$

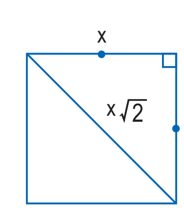
$\Rightarrow a = 2$

Nos piden:

$a + b = 2 + 3 = 5$

Clave C

3. En un cuadrado se cumple:



Luego:

$\overline{(a-1)0a}_{(b)} = \overline{ab}_{(4)}$

$\Rightarrow 1 < a < b < 4$

$\quad\quad\ \downarrow\quad \downarrow$

$\quad\quad\ 2 \quad 3$

Nos piden:

$a^2 + b = 2^2 + 3 = 7$

Clave B

Razonamiento y demostración

4. I. V

Si a + b + c = d; entonces

$\overline{dm}_{\overline{1a}_{\overline{1b}_{\overline{1c}_{(d)}}}} = \overline{dm}_{(d+a+b+c)}$

$= \overline{dm}_{(d+d)}$

$= \overline{dm}_{(2d)} = d\ .\ 2d + m \geq 2d$

Luego:

$2d \leq \overline{dm}_{\overline{1a}_{\overline{1b}_{\overline{1c}_{(d)}}}}$

II. F

Como $0 < x < 2$ e $y < 2$; además $x \neq y$; entonces:

$x = 1;\ y = 0$

Luego:

$1100_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 = 12$

III. F

$1331_{(x)} = 1 \times x^3 + 3 \times x^2 + 3 \times x + 1$

$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$= (x+1)^3$

5. $\overline{ab}_{(n)}{}^{\overline{ab}_{(n)}} = 3^3 \Rightarrow \overline{ab}_{(n)} = 3$

I. F

Si n = 2

$3 = 2 \times 1 + 1 = 11_{(2)}$ ...(I)

II. V

SI n = 3:

$3 = 3 \times 1 + 0 = 10_{(3)}$

III. V

De (I).

Clave E

Resolución de problemas

6. $1000n + 100n + 10n + 3 = 9\overline{[(n+1)n(n-1)]}$

$9\overline{[(n+1)n(n-1)]} = 1110n + 3$

$\Rightarrow n = 8$

Clave D

7. Llevamos a base 10:

$\Rightarrow 121_{(n)} = 1\ .\ n^2 + 2n + 1$

$= n^2 + 2n + 1$

$= (n+1)^2\ .\ 1$

Sabemos: $an^2 + 0n + 0 = \overline{a00}_{(n)}$

Reemplazando:

$\Rightarrow (n+1)^2\ .\ 1 + 0(n+1) + 0$

$\Rightarrow 100_{(n+1)}$

$\therefore\ 121_{(n)} = 100_{(n+1)}$

Piden: Σ de cifras = 1 + 0 + 0 = 1

Clave D

8. Si: $N = 2\ .\ 8^4 + 5\ .\ 8^3 + 4\ .\ 8^2 + 45$

Sabemos:

$a\ .\ m^4 + b\ .\ m^3 + c\ .\ m^2 + d\ .\ m + e = \overline{abcde}_{(m)}$

Reemplazando:

$N = 2\ .\ 8^4 + 5\ .\ 8^3 + 4\ .\ 8^2 + 45$

$N = 2\ .\ 8^4 + 5\ .\ 8^3 + 4\ .\ 8^2 + 5\ .\ 8 + 5$

$N = 25455_{(8)}$

Clave C

9. $\overline{xy}_{(9)} = \overline{yx}_{(7)}$

$9x + y = 7y + x$

$8x = 6y$

$4x = 3y$

$\dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \begin{matrix} x = 3 & x = 6 \\ y = 4 & y = 8 \end{matrix}$

Pero: $\overline{yx}_{(7)} \Rightarrow y < 7 \wedge x < 7$

$\Rightarrow x = 3 \wedge y = 4$

Piden: $x + y = 3 + 4 = 7$

Clave C

10. $1000_{(x)} = \overline{2ab}$

$1\ .\ x^3 + 0\ .\ x^2 + 0\ .\ x + 0 = \overline{2ab}$

$x^3 = \overline{2ab}$

El único valor que puede tomar "x" es: 6

Entonces:

$6^3 = 216$

$\therefore x = 6$

Clave D

Nivel 2 (página 18) Unidad 1

Comunicación matemática

11.

12.

Razonamiento y demostración

13. I. V

$\overline{ab}_{(5)} = 2 \times \overline{cc}$ (✓)

Si c = 1: $\overline{ab}_{(5)} = 22$ (×)

Si c = 2: $\overline{ab}_5 = 44$

$\vdots$

Pero:

$\overline{ab}_{(5)} < 5^2 = 25$

$\overline{ab}_{(5)} = 22 = 5 \times 4 + 2 = 42_{(5)}$

Por lo tanto:

$a + b + c = 4 + 2 + 1 = 7$

II. V

Por descomposición polinómica:

$\overline{a1}_{(n)} = an + 1$

$\overline{(a-1)(n-1)}_{(n)} = (a-1)\,n + n - 1 = an - 1$

$100_{(an)} = (an)^2$

En la expresión:

$\overline{a1}_{(n)} \times \overline{(a-1)(n-1)}_{(n)} + 1 = (an+1) \times (an-1) + 1$

$= (an)^2 - 1 + 1$

$= (an)^2$

$= 100_{(an)}$

III. V

$\underbrace{\overline{ab}_{(4)}}_{(4^2-1)_{máx.}} + \underbrace{\overline{xy}_{(3)}}_{(3^2-1)_{máx.}} = 23$

$15 + 8 = 23$

$\Rightarrow \overline{ab}_{(4)} = 33_{(3)}; \overline{xy}_{(3)} = 22_{(3)}$

Luego:

$a + x = b + y$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$3 \quad 2 \quad 3 \quad 2$

14. $\underbrace{\overline{1n}_{\overline{1n}_{\cdot^{\cdot^{\cdot}}\overline{1n}}}}_{\text{n veces}} = \overline{1x}; x > 0$

$10 + n^2 = \overline{1x}$ (por propiedad)

$10 + n^2 = 10 + x$

$n^2 = x$

$\downarrow \quad \downarrow$

$1^2 \quad 1$

$2^2 \quad 4$

$3^2 \quad 9$

Luego:

I. V II. F III. F

Clave A

Resolución de problemas

15. Analizamos: $\overline{(a+1)(a-1)a}_{(3)}$

$\Rightarrow a + 1 < 3 \;;\; a - 1 < 3 \;;\; a < 3$

$a < 2 \qquad a < 4 \qquad a < 3$

$\Rightarrow a < 2; 3; 4$

$\therefore a = 1$

Reemplazando:

$a = 1$

$\Rightarrow 201_{(3)} = \overline{bc}$

Descomponiendo:

$\Rightarrow 2 \,.\, 3^2 + 0 \,.\, 3 + 1 = \overline{bc}$

$\Rightarrow 18 + 1 = \overline{bc} \Rightarrow \overline{bc} = 19$

$\therefore a + b + c = 1 + 1 + 9 = 11$

Clave D

16. Del enunciado:

$(2a)8^2 + (2a)8 + 2a = a(n-1)^2 + 6$

$2(73a) = a(n-1)^2 + 6$

$146a = a(n-1)^2 + 6$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$3 \qquad 13$

$\therefore a + n = 16$

Clave C

17. Por descomposición:

$\overline{1a}_{(a+2)} = 3 \,.\, 5 + 1$

$a + 2 + a = 16$

$2a = 14$

$\therefore a = 7$

Clave E

18. $\overline{aaaa}_{(7)} = \overline{bcdc} \Rightarrow a < 7$

$7^3a + 7^2a + 7a + a = \overline{bcdc}$

$400a = \overline{bcdc}$

$\Rightarrow$ a puede tomar valores: 1; 2; 3; 4; 5; 6

El valor que cumple es: $a = 5$

$400(5) = \overline{bcdc}$

$2000 = \overline{bcdc} \Rightarrow b = 2; c = 0; d = 0$

Piden:

$a + b + c + d = 5 + 2 + 0 + 0 = 7$

Clave A

19. $\overline{45m}_{(n)} = 341_{(7)}$

$\overline{45m} > 341$

$\Rightarrow \quad n < 7$

Además; $n > 5$ por estar en la base.

$\Rightarrow 5 < n < 7$

$\Rightarrow n = 6$

Reemplazando:

$\overline{45m}_{(6)} = 341_{(7)}$

$6^2(4) + 6(5) + m = 7^2(3) + 7(4) + 1$

$174 + m = 176$

$\Rightarrow m = 2$

Piden:

$m + n = 2 + 6 = 8$

Clave B

20. $\overline{ab} + 6a = 66$

$10a + b + 6a = 66$

$16a + b = 66$

$\downarrow \quad \downarrow$

$4 \quad 2$

$\Rightarrow a = 4 \;\wedge\; b = 2$

Piden:

$a \,.\, b = 4 \,.\, 2 = 8$

Clave C

Nivel 3 (página 19) Unidad 1

Comunicación matemática

21.

22.

Razonamiento y demostración

23. I. F

$\overline{ab}_{(7)} - \overline{4b}_{(7)} = \overline{xy}_{(3)}$

$7a - 28 = \overline{xy}_{(3)}$

$7a = \overline{xy}_{(3)} + 28$

$\Rightarrow a > 4 \qquad$ ...(I)

Sabemos que:

$\overline{xy}_{(3)} < 9$

$\underbrace{\overline{xy}_{(3)} + 28}_{} < 37$

$7a < 37$

$a < 5{,}28 \qquad$ ...II

De (I) y (II):

$4 < a < 5{,}28 \Rightarrow a = 5$

Luego:

$35 - 28 = \overline{xy}_{(3)}$

$7 = \overline{xy}_{(3)}$

$21_{(3)} = \overline{xy}_{(3)}$

Por lo tanto:

$a = 5; x = 2; y = 1$

$\Rightarrow (a + y)^x = (5 + 1)^2 = 36$

II. V

$\overline{mnp}_{(5)} = \overline{pnm}_{(7)}$

$25m + 5n + p = 49p + 7n + m$

$24m = 48p + 2n$

$12m = 24p + n$

$12\underbrace{(m - 2p)}_{0} = n$ → Es una cifra

$\Rightarrow n = 0$

III. V

$\overline{aba}_{(4)} = \overline{(2x)6}$

Sabemos que un numeral en base par, es par si su cifra de menor orden es par, entonces:

$0 < a < 4$; a es par

$\downarrow$

2

24. En el numeral:

$\overline{\left(\frac{x}{m}\right)\left(\frac{x+m}{m-1}\right)(2m+1)}_{(6)}$

$m \neq 0; 1 \Rightarrow m = 2$

Luego:

$\overline{\left(\frac{x}{2}\right)(x+2)5}_{(6)}$

$\downarrow$

2 ✓

4 ✗

$\Rightarrow \overline{\left(\frac{2}{2}\right)(2+2)5}_{(6)} = 145_{(6)} = 65$

$\Rightarrow \overline{ab}_{(n)} = 65$

I. V

$n \leq \overline{ab}_{(n)} < n^2$

$n \leq 65 < n^2 \Rightarrow 8{,}06 < n \leq 65$

$9 \leq n \leq 65$

El menor valor de n es 9.

II. F

$\overline{ab}_{(11)} = 65 = 5x$

$\overline{ab}_{(11)} = 5 \times 11 + 10$

$\overline{ab}_{(11)} = 5(10)_{(11)}$

$\Rightarrow a + b = 5 + 10 = 15$

III. F

Si: $a + b = 1 \Rightarrow a = 1$ y $b = 0$

$10_{(n)} = 65$

$n = 65$

Resolución de problemas

25. Si los siguientes numerales están bien escritos; entonces:

$\overline{am4}_{(b)}$; $\overline{m31}_{(a)}$; $\overline{ccc}_{(7)}$; $\overline{2baa}_{(c)}$

$a < b$ $3 < a$ $c < 7$ $a < c$

$b < c$

$m < a < b < c < 7$

$3 < a < b < c < 7$

$\Rightarrow a = 4; b = 5; c = 6$

$\therefore a + b + c = 15$

Clave B

26. Sabemos:

4	3	2	1	0 ← Orden
e	d	c	b	a

Lugar 1.^{er} 2.° 3.^{er} 4.° 5.°

Dato: 4.° orden = 5.° lugar

Orden: _ _ _ _ 4 3 2 1 0

Lugar: 1.^{er} 2.° 3.^{er} 4.° 5.°

$\therefore$ El número de cifras es 9.

Clave D

27. $N = 7 \times 8^6 + 11 \times 8^3 + 35 + 17 \times 8^2 - 8^4$

$N = 7 \times 8^6 + (8 + 3) \times 8^3 + 8 \times 4 + 3 + (8 \times 2 + 1) \times 8^2 - 8^4$

$N = 7 \times 8^6 + 8^4 + 3 \times 8^3 + 8 \times 4 + 3 + 2 \times 8^3 + 8^2 - 8^4$

$N = 7 \times 8^6 + 0 \times 8^5 + 0 \times 8^4 + 5 \times 8^3 + 1 \times 8^2 + 8 \times 4 + 3$

$N = 7005143_{(8)}$

$\therefore 7 + 0 + 0 + 5 + 1 + 4 + 3 = 20$

Clave A

28. $318 = \overline{aabb}_{(n)}$

$318 = an^3 + an^2 + bn + b$

$318 = an^2(n + 1) + b(n + 1)$

$6 \times 53 = (n + 1)(an^2 + b)$

↓

5

$n = 5; a = 2; b = 3$

$\therefore a + b + n = 10$

Clave C

29. $\overline{abc}_{(7)}$: $a \neq b \neq c$

$\overline{abc}_{(7)}$

135

153

315

351

531

513

$\Rightarrow$ Hay 6 numerales.

Clave A

30. $\overline{a \quad b \quad c}$

a	b	c
1	0	0
⋮	⋮	⋮
(x – 1)	(x – 1)	(x – 2)

$(x - 1)(x - 1)(x - 2)$

$(x - 1)^2(x - 2) = 448 = 64 \,.\, 7$

$x - 1 = 8$

$\Rightarrow x = 9$

$\therefore$ El sistema es el nonario.

Clave B

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 22) Unidad 1

Comunicación matemática

1.

2.

$$\begin{array}{r} \overline{cba}\,+ \\ 222 \\ 111 \\ \overline{a1} \\ \hline \overline{ba9} \end{array}$$

- $a + 2 + 1 + 1 = 9 \Rightarrow a = 5$
- $b + 2 + 1 + 5 = ...5 \Rightarrow b = 7$
- $c + 2 + 1 = 7 \Rightarrow c = 4$

I. $57 - 54 = \boxed{3}$

II. $15 \times 17 \times 14 = \boxed{3570}$

III. $5 + 7 + 4 = \boxed{16}$

3. Como N tiene 3 cifras, entonces:

$C.A._{(N)} = 10^3 - N = 3$

$\Rightarrow N = 997$

Luego:

I. $\sqrt{997 + 27} = \sqrt{1024} = \boxed{32}$

II. $\sqrt{997 - 36} + 18 = 31 + 18 = \boxed{49}$

III. $997 - 25 + 625 = \boxed{1597}$

Razonamiento y demostración

4. I. V

$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xy}$

$x = 9 = y$

II. F

III. V

$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xyz}$

210 ⟵ orden

$y = 9$

5. I. F

$\overline{a3} \times \overline{bc} = \overline{de3}$

└→ 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

× ✓ × × × × × × × ×

II. F

$\overline{mn}_{(4)} - \overline{nm}_{(4)} = \overline{pq}_{(4)}$

$\Rightarrow p + q = 3$

1 2

2 1

III. F

$1 + 2 + 3 + ... + n = \overline{a5}$

$\dfrac{n(n+1)}{2} = \overline{a5}$

$n(n + 1) = 2 \times \overline{a0} + 10$

↓ ↓

10 5

5 1

Resolución de problemas

6. $\overline{a74b} + \overline{c7a} + \overline{5ba2} = \overline{bba68}$

Ordenando los sumandos:

$$\begin{array}{r} a\,7\,4\,b\,+ \\ c\,7\,a \\ 5\,b\,a\,2 \\ \hline b\,b\,a\,6\,8 \end{array}$$

$\Rightarrow b = 1 \wedge a = 5$

$$\begin{array}{r} 5\,7\,4\,1\,+ \\ c\,7\,5 \\ 5\,1\,5\,2 \\ \hline 1\,1\,5\,6\,8 \end{array}$$

$1 + 7 + c + 1 = 15$

$c + 9 = 15$

$\Rightarrow c = 6$

Clave C

7. Como:

$\overline{abc} - \overline{mnp} = \overline{cba}$

$\Rightarrow \overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp}$

Entonces:

$m + p = 9 \wedge n = 9$

$\Rightarrow m + p + n = 18 \quad ...(1)$

Piden:

$\overline{mnp} + \overline{npm} + \overline{pmn}$

Ordenando los sumandos y utilizando (1):

$$\begin{array}{r} m\,n\,p\,+ \\ n\,p\,m \\ p\,m\,n \\ \hline 1\,9\,9\,8 \end{array}$$

Por lo tanto:

La cifra de las decenas es 9.

Clave A

8.

$$\begin{array}{r} \overline{abc}\,\times \\ \overline{cba} \\ \hline 1916 \\ 3353 \\ 4311 \\ \hline 466546 \end{array}$$

Clave B

9. $\underbrace{C.A.(C.A.(\overline{abcd}))}_{36} = 64$

$\underbrace{C.A.(\overline{abcd})} = 36$

$10\,000 - \overline{abcd} = 36$

$\Rightarrow \overline{abcd} = 9964$

$\therefore a + b + c + d = 28$

Clave B

10. $\overset{t_1}{147_n};\ \overset{t_2}{160_n};\ \overset{t_3}{175_n};\ ...;\ \overset{t_n}{305_n}$

$n^2 + 4n + 7;\ n^2 + 6n;\ n^2 + 7n + 5$

$2n - 7 \qquad n + 5$

$2n - 7 = n + 5 \Rightarrow n = 12$

$r = n + 5 = 17$

Luego:

$t_1 = 147_{(12)} = 199 \quad \wedge \quad t_n = 305_{(12)} = 437$

$\therefore$ n.° términos $= \dfrac{t_n - t_1}{r} + 1 = 14 + 1 = 15$

Clave C

Nivel 2 (página 22) Unidad 1

Comunicación matemática

11. $\overline{ab} \times \overline{ba} = 1207$

$\overline{ab} \times \overline{ba} = \overline{71} \times \overline{17}$; (del gráfico a > b)

Luego:

I. $71 - 17 = \boxed{54}$

II. $1 + 2 + 3 + ... + 71 = \boxed{2556}$

III. $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 17^2 = \boxed{1785}$

12.

$$\begin{array}{r} 4\;5\;3\,\times \\ 3\;1 \\ \hline 4\;5\;3 \\ 1\;3\;5\;9 \\ \hline 1\;4\;0\;4\;3 \end{array}$$

I. $3 + 1 = 4$

II. $1 + 4 + 0 + 4 + 3 = 12$

III. $453 + 31 = 484$

Razonamiento y demostración

13. I. V

$C.A.(\overline{mn}_{(5)}) = 10^2_{(5)} - \overline{mn}_{(5)} = 25 - \overline{mn}_{(5)}$

Además:

$5 \leq \overline{mn}_{(5)} < 5^2$

$-20 \leq \overline{mn}_{(5)} - 25 < 0$

$0 < \underbrace{25 - \overline{mn}_{(5)}} \leq 20$

$C.A.(\overline{mn}_{(5)}) \leq 20$

II. V

$\underbrace{\overline{ab} \times (\overline{ab} + 1) \times 5}_{\text{par}} = \overline{5mn} \Rightarrow \overline{ab} \times (\overline{ab} + 1) \times 5 = \overline{5m0}$

(n ↓ 0)

$\overline{ab} \times (\overline{ab} + 1) = 2 \times \overline{5m}$

$\Rightarrow \dfrac{\overline{ab} \times (\overline{ab} + 1)}{2} = \overline{5m}$

↓

$5 \Rightarrow (\overline{ab} = 10)$

$m + n = 5 + 0 = 5$

III. V

$C.A.(n^m) = C.A.(10^m_{(n)});\ n > 2,\ m,\ n \in \mathbb{Z}^+$

Sabemos que:

$10^m_{(n)} = \overbrace{1000\,...\,0}^{m\,+\,1\text{ cifras}}{}_{(n)}$ (m ceros)

Luego:

$C.A.(10^m_{(n)}) = 10^{m+1}_{(n)} - 10^m_{(n)}$

$= 10^m_{(n)} \times [10_{(n)} - 1)$

$= n^m \times (n - 1)$

Clave E

14. I. V

Si d = d' y r = r', entonces:

$$\downarrow(-)\begin{cases} D = dq + r \\ D = dq' + r \\ \hline 0 = d(q - q') \end{cases}$$

Como d > 0, entonces:

$q - q' = 0$

$q = q'$

II. F

Si d = d' y q' = q + 1, entonces:

$$\downarrow(-)\begin{cases} D = dq + r \\ D = dq + d + r' \\ \hline 0 = r - r' - d \\ d = r - r' \end{cases}$$

III. V

Si d = d' y q' = q + 1

$$\downarrow(-)\begin{cases} D = dq + r \\ D = dq + d + r' \\ \hline 0 = r - d - r' \\ r' = r - d \end{cases}$$

Sabemos que:

$r < d$

$\Rightarrow \underbrace{r - d}_{} < 0$

$r' < 0$

Resolución de problemas

15. $\overline{ab} + \overline{bc} = 79$

$\Rightarrow b + c = 9$

Como:

$a + b + c = 12$

$a + 9 = 12$

$\Rightarrow a = 3$

Además:

$a + b = 7$

$3 + b = 7$

$\Rightarrow b = 4$

$c = 5$

Piden:

$a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 = 50$

Clave E

16. $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn3}$

$\Rightarrow m + 3 = 9; n = 9 \wedge a - c = m + 1$ ...(1)

De (1):

$m = 6 \wedge a - c = 7$

a	c	
8	1	→ b = a + c = 9
9	2	b = 11 (no cumple)

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 8^2 + 9^2 + 1^2 = 146$

Clave E

17.

$\overline{abc} \times 19$: 151, 39, ...541

$\overline{abc} \times 13$: 717, 239, ...107

c = 9

b = 3

a = 2

$269 \times 24 = 5736$

$\therefore 7 + 3 + 6 = 16$

Clave B

18. Del enunciado:

- $\overline{abc} \div \overline{de}$: cociente 11, residuo 25 ...(1)
- $1000 - \overline{abc} \div 100 - \overline{de}$: cociente 7, residuo 19 ...(2)

De (1) y (2):

$\overline{abc} = 11\overline{de} + 25$

$1000 - \overline{abc} = 7(100 - \overline{de}) + 19$ (+)

$1000 = 700 + 4\overline{de} + 44$

$256 = 4\overline{de}$

$\Rightarrow \overline{de} = 64$

Reemplazando en (1):

$\overline{abc} = 11(64) + 25 = 729$

$\therefore \Sigma$cifras = 10 + 18 = 28

Clave D

19. : 9 ; $\underbrace{...}_{\text{k términos}}$; 39 ; $\underbrace{...}_{\text{2k términos}}$; 93

$\Rightarrow k + 2 = \frac{39 - 9}{r} + 1 \Rightarrow k = \frac{30}{r} - 1$ ...(I)

$\Rightarrow 2k + 2 = \frac{93 - 39}{r} + 1 \Rightarrow 2k = \frac{54}{r} - 1$ ...(II)

Resolviendo (I) y (II):

$k = 4 \wedge r = 6$

: 9 ; $\underbrace{...}_{\text{4 términos}}$; 39 ; $\underbrace{...}_{\text{8 términos}}$; 93

n = 15 términos

Piden:

$S = \left(\frac{t_n + t_1}{2}\right) n = \left(\frac{93 + 9}{2}\right) 15 = 765$

$\therefore S = 765$

Clave A

20. $43N - 28N = \overline{(a+2)72b6} - \overline{a72(b+2)6}$

$15N = (\overline{a00b0} + 27206 - \overline{a00b0} - 7226)$

$15N = 27\,206 - 7226$

$15N = 19\,980$

$N = 1332$

$\therefore \Sigma$cifras de N es 9.

Clave B

Nivel 3 (página 23) Unidad 1

Comunicación matemática

21.

```
 5 1 4 6 3 | 5 3
 4 7 7       9 7 1
 -----
   3 7 6
   3 7 1
   -----
     5 3
     5 3
     ---
     - -
```

I. 5 + 1 + 4 + 6 + 3 = 19

II. $9 \times 7 \times 1 = 63$

III. 5 + 3 = 8

22.

$$\begin{array}{r} 413_{(7)} \\ 222_{(7)} \\ \hline 1126_{(7)} \\ 1126_{(7)} \\ 1126_{(7)} \\ \hline 125316_{(7)} \end{array}$$

I. $4 \times 1 \times 3 = 12$

II. 2 + 2 + 1 + 5 + 3 + 1 + 6 + 2 = 22

III. 22 + 125 = 147

Razonamiento y demostración

23. $\overline{ab}_{(4)} + \overline{1c}_{(4)} + d = \overline{ba}_{(4)}$

$\underbrace{\overline{1c}_{(4)} + d}_{} = \overline{ba}_{(4)} - \overline{ab}_{(4)}$

$\overline{xy}_{(4)}$; donde x + y = 3

$\Rightarrow \overline{1c}_{(4)} + d = \overline{xy}_{(4)}$

12

21

I. V

Si c = d, entonces:

$\overline{1c}_{(4)} + c = \overline{xy}_{(4)}$

↓	↓	↓↓
1	1	$12_{(4)}$ ✓
2	2	$20_{(4)}$
3	3	$22_{(4)}$

Luego:

$b - a = x + 1$

$b - a = 2 \Rightarrow b - a = 2c$

$b = 2c + a$

II. F

Si 0 < d < 3, entonces:

$\overline{1c}_{(4)} + d = \overline{xy}_{(4)}$

d = 1 y c = 2: $12_{(4)} + 1 = 13_{(4)}$ ✗

d = 2 y c = 2: $12_{(4)} + 2 = 20_{(4)}$ ✗

III. V

Si 0 < d < 3, entonces:

$\overline{1c}_{(4)} + d = \overline{xy}_{(4)}$

d = 1 y c = 0: $10_{(4)} + 1 = 11_{(4)}$ ✗

d = 2 y c = 0: $10_{(4)} + 2 = 12_{(4)}$ ✓

c puede ser igual a cero.

24. $\overline{jos} = \overline{ue} \times \overline{6d} + \overline{du}$

Si u = 2; entonces: $(\overline{2e} \times \overline{6d})_{min.} = 1200$
(no cumple)

Entonces: u = 1

Como $\overline{du} < \overline{ue}$, entonces: $d = 1 \wedge e > 1$

Luego:

$\overline{jos} = \overline{1e} \times 61 + 11$

$\overline{jos}$	e
743	2
804	3
865	4
926	5
987	6

Por lo tanto:

I. F

$987 - 743 = 244 \Rightarrow \Sigma cifras = 10$

II. V

Si j = 9; entonces:
$\overline{1e}$; 15; 16

Luego:
$15 + 16 = 31$

III. V

C. A. (8916) = 1084 $\longrightarrow$ Σcifras = 13

C. A. (10452) = 89548 $\longrightarrow$ Σcifras = 34

C. A. (12110) = 87890 $\longrightarrow$ Σcifras = 32

C. A. (13890) = 86110 $\longrightarrow$ Σcifras = 16

C. A. (15792) = 84208 $\longrightarrow$ Σcifras = 22

Clave D

Resolución de problemas

25. $\overline{NUI} + \overline{NIU} + \overline{NU} = \overline{UNI}$

$210N + 12U + 11I = 100U + 10N + I$

$200N + 10I = 88U$

$100N + 5I = 44U$

$5(20N + I) = 44U$

$\Rightarrow U = 5 \wedge 20N + I = 44$

$N = 2$, $I = 4$

$\therefore U + N + I = 11$

Clave A

26. Ordenando convenientemente a N:

$N = 5 \times 10^{n+2} + 0 \times 10^{n+1} + 2 \times 10^{n} + 7 \times 10^{n-1} + 3 \times 10^{n-2}$

$N = \underbrace{5027300...00}_{(n+3)\ \text{términos}}$

$\Rightarrow C.A.(N) = \underbrace{4972700...00}_{(n+3)\ \text{términos}}$

$\therefore \Sigma cifras = 29$

Clave C

27. $\overline{a(a+b)b}_{(n)}$

Si: n = 5

$a = 1 \Rightarrow b = 0; 1; 2; 3$ $\Rightarrow$ 4 números

$a = 2 \Rightarrow b = 0; 1; 2$ $\Rightarrow$ 3 números

$a = 3 \Rightarrow b = 0; 1$ $\Rightarrow$ 2 números

$a = 4 \Rightarrow b = 0$ $\Rightarrow$ 1 número

$1 + 2 + 3 + \underbrace{4}_{n-1} = 10$ números

De lo anterior se deduce:

$\overline{a(a+b)b}_{(n)}$

$1 + 2 + 3 + 4 + ... + (n - 1) = 66$

$\dfrac{(n-1) \cdot n}{2} = 66$

$(n - 1) \cdot n = 132$

$11 \cdot 12 = 132$

$\therefore n = 12$

Clave C

28. $\overline{ab6} \times$

$\overline{ab6}$

56

32

$\overline{...ab6}$

$6b + 3 + 6b = ...b$

$12b + 3 = ...b$

$11b + 3 = ...0$

$\downarrow$

7

$(6a + 4) + 3 + (6a) = ...a$

$12a + 7 = ...a$

$11a + 7 = ...0$

$\downarrow$

3

$\therefore a + b = 10$

Clave C

29. D | 45 ; residuo 12, cociente q $\Rightarrow D = 45q + 12$

D – x | 45 ; residuo r, cociente q – 4 $\Rightarrow D - x = 45(q - 4) + r$

$(45q + 12) - x = 45q - 180 + r$

$192 - x = r$

Sabemos: $d > r$

$45 > 192 - x$

$x > 147$

$\Rightarrow x \in \{148; 149; 150; ...; 191\}$

$\therefore$ El menor número será 148.

Clave D

30. $\underbrace{1\ ...\ 9}_{9}$ $\underbrace{10\ ...\ 99}_{90}$ $\underbrace{100\ ...\ \overline{abc}}_{\overline{abc} - 99}$

n.° cifras $= 9(1) + 90(2) + (\overline{abc} - 99)3$

$417 = 189 + 3(\overline{abc} - 99)$

$76 = \overline{abc} - 99$

$\Rightarrow \overline{abc} = 175$

$\therefore a + b + c = 13$

Clave E

MARATÓN MATEMÁTICA (página 25)

1.

2. Del enunciado:

$N = \overline{(a_1)(a_2)...(a_{2k})}_{(n)} = \underbrace{\overline{bc...yx}}_{r\ \text{cifras}}{}_{(2p)}$

Donde:

$a_1; a_2; ...; a_{2k}$: son cifras impares.

Además: n es impar.

Por descomposición polinómica:

$N = a_1(n)^{2k-1} + a_2(n)^{2k-2} + ... + a_{2k}$

$N = \underbrace{\text{impar} + \text{impar} + ... + \text{impar}}_{(2k)\ \text{veces}}$

$\Rightarrow N = \text{par}$ ...(1)

Luego:

$N = b(2p)^{r-1} + c(2p)^{r-2} + ... + y(2p) + x$

$N = \text{par} + \text{par} + ... + \text{par} + x$

$\Rightarrow N = \text{par} + x$ ...(2)

De (1) y (2):

par = par + x

$\therefore$ x es par.

Clave C

3. Por dato:

$a > 2$ y $\overline{(2a)(2a)(2a)}_{(8)} = \overline{a06}_{(n+1)}$ ...(1)

De (1):

$a > 2 \wedge 2a < 8 \Rightarrow a = 3$

Reemplazando en (1):

$666_{(8)} = 306_{(n+1)}$

Por descomposición polinómica:

$6 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8 + 6 = 3(n + 1)^2 + 6$

$432 = 3(n + 1)^2$

$144 = (n + 1)^2$

$\therefore n = 11$

Clave D

4. $\overline{abc} = \overline{bc} \cdot 11 + 80$ ($\overline{bc} > 80$)

$100a + 10b + c = 11(10b + c) + 80$

$100a + 10b + c = 110b + 11c + 80$

$100a = 100b + 10c + 80$

$10a = 10b + c + 8$

$10(a - b) = c + 8$

$\downarrow$

2

$a - b = 1$

a	b	
8	7	(No)
9	8; ($\overline{bc} > 80$)	(Sí)

Por lo tanto:

$\overline{abc} = 982$

Clave E

5. $\overline{xyxyxy} = 13 \cdot x \cdot y \cdot (\overline{xy})^2$

$10\,000(\overline{xy}) + 100(\overline{xy}) + \overline{xy} = 13 \cdot x \cdot y \cdot (\overline{xy})^2$

$10\,101(\overline{xy}) = 13 \cdot x \cdot y \cdot (\overline{xy})^2$

$10\,101 = 13 \cdot x \cdot y \cdot \overline{xy}$

$777 = x \cdot y \cdot \overline{xy}$

$3 \cdot 7 \cdot 37 = x \cdot y \cdot \overline{xy}$

$\Rightarrow x = 3 \wedge y = 7$
Piden: $x + y = 3 + 7 = 10$

Clave B

6. $CA(\overline{abc}) = \overline{(b+2)(c+3)(a+5)}$
$\overline{(9-a)(9-b)(10-c)} = \overline{(b+2)(c+3)(a+5)}$
$\Rightarrow \quad 9 - a = b + 2 \Rightarrow a + b = 7 \quad ...(1)$
$9 - b = c + 3 \Rightarrow b + c = 6 \quad ...(2)$
$10 - c = a + 5 \Rightarrow a + c = 5 \quad ...(3)$

Sumamos (1), (2) y (3):
$2(a + b + c) = 18 \Rightarrow a + b + c = 9 \quad ...(4)$

Reemplazamos (1) en (4):
$7 + c = 9 \Rightarrow c = 2$
$\therefore a + b - c = 7 - 2 = 5$

Clave C

7. Como:
$\overline{abc} - \overline{mnp} = \overline{cba}$
$\Rightarrow \overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp}$

Entonces:
$m + p = 9 \wedge n = 9$
$\Rightarrow m + p + n = 18 \quad ...(1)$

Piden:
$\overline{mnp} + \overline{npm} + \overline{pmn}$

Ordenamos los sumandos y utilizamos (1):

$$\begin{array}{r} m\ n\ p\ + \\ n\ p\ m \\ p\ m\ n \\ \hline 1\ 9\ 9\ 8 \end{array}$$

Por lo tanto: la cifra de las decenas es 9.

Clave A

8. $\underbrace{(p \wedge \sim q)}_{V} \Rightarrow \underbrace{[(m \,\Delta\, r) \vee \sim r]}_{F} \equiv F$

- $p \wedge \sim q \equiv V$
  Entonces: $p \equiv V$; $q \equiv F$
- $\underbrace{(m \,\Delta\, r)}_{F} \vee \underbrace{\sim r}_{F} \equiv F$
  Entonces: $m \equiv V$; $r = V$

Por lo tanto, los valores de verdad de p, q, m y r son: VFVV.

Clave B

9. I. Si: $\underbrace{3 + 1 = 7}_{F}$, $\underbrace{\text{entonces:}}_{\Rightarrow}$ $\underbrace{4 + 4 = 8}_{V}$
Luego: $F \Rightarrow V \equiv V$

II. No es verdad que:
$\underbrace{2 + 2 = 5}_{F}$, $\underbrace{\text{si y solo si}}_{\Leftrightarrow}$, $\underbrace{4 + 4 = 10}_{F}$.
Luego: $\sim(F \Leftrightarrow F) \equiv \sim(V) \equiv F$

III. $\underbrace{\text{Madrid está en España}}_{V}$ $\underbrace{\text{o}}_{\vee}$
$\underbrace{\text{Londres está en Francia}}_{F}$.
Luego: $V \vee F \equiv V$

Clave A

10. $A = \{3x \,/\, x \in \mathbb{N} \wedge x^2 > 16\}$
$\downarrow$
1; 2; 3
$\Rightarrow A = \{3; 6; 9\}$
9 → 3.^{er} elemento
6 → 2.° elemento

Por lo tanto la suma del 2.° y 3.° es: $6 + 9 = 15$

Clave E

11. $A = \{7x \,/\, 4x \in \mathbb{Z}^+, x < 5\}$
$x < 5$
$4x < 20$
$\downarrow$
$\{1; 2; 3; 4; 5; ...; 19\}$
$\Rightarrow x \in \left\{\frac{1}{4}; \frac{2}{4}; \frac{3}{4}; \frac{5}{4}; ...; \frac{19}{4}\right\}$

$A = \left\{\frac{7}{4}; \frac{14}{4}; \frac{21}{4}; \frac{35}{4}; ...; \frac{133}{4}\right\}$

$\Rightarrow n(A) = 19 \wedge$ máx. elemento de A es: $\frac{133}{4}$

Clave E

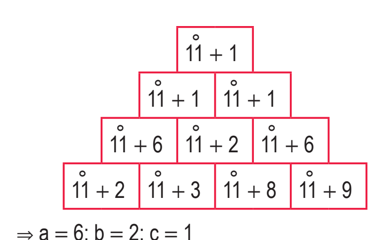
PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 30) Unidad 2

Comunicación matemática

1.

2.



$\Rightarrow a = 6;\ b = 2;\ c = 1$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 36 + 4 + 1 = 41$

Clave A

3.

$[\overset{\circ}{3} - 1 \mid \overset{\circ}{8} + 2] = \overset{\circ}{24} + 2$

$[\overset{\circ}{6} - 3 \mid \overset{\circ}{8} + 3] = \overset{\circ}{24} + 3$

$[\overset{\circ}{12} + 9 \mid \overset{\circ}{8} - 3] = \overset{\circ}{24} - 3$

$[\overset{\circ}{3} - 1 \mid \overset{\circ}{8} + 2] + [\overset{\circ}{6} - 3 \mid \overset{\circ}{8} + 3]$

$+ [\overset{\circ}{12} + 9 \mid \overset{\circ}{8} - 3] = \overset{\circ}{24} + 2$

Clave B

Razonamiento matemático

4. I. V

$\overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = \overset{\circ}{9}$

$11a + 11b = \overset{\circ}{9}$

$11(a + b) = \overset{\circ}{9}$

$\Rightarrow a + b = \overset{\circ}{9}$

Luego: $\overline{ab} = \overset{\circ}{9}$

II. V

Recordar: $(\#\ \text{impar})^{(\#\ \text{par})} = \overset{\circ}{8} + 1$

II. F

Recuerda:

Todo número $\mathbb{Z}^+$ es múltiplo de sus divisores $\mathbb{Z}^+$.

Entonces:

Divisores de 12: 1; 2; 3; 4; 6; 12

Luego:

$n \in \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

5. I. V

$x = 1$ y $y = z = 0$; entonces:

$N + 100_{(a)} + \overline{(a^2)b}_{(n)} = \overline{ab}_{\overline{ca}(n)}$

$N + a^2 + \overset{\circ}{n} + b = \overline{ab}_{(\overset{\circ}{n} + a)}$

$N + \overset{\circ}{n} + a^2 + b = \overset{\circ}{n} + a^2 + b$

$N = \overset{\circ}{n}$

II. F

$z = 0$, entonces:

$N + \overline{xy0}(a) + \overline{(a^2)b}_{(n)} = \overline{ab}_{\overline{ca}(n)}$

$N + \overset{\circ}{a} + a^2 . n + b = \overline{ab}_{(cn + a)}$

$N + \overset{\circ}{a} + b = a(cn + a) + b$

$N + \overset{\circ}{a} + b = \overset{\circ}{a} + b$

$N = \overset{\circ}{a}$

III. V

$c = a$; $y + z = 0$ entonces $y = z = 0$; luego:

$N + \overline{x00}(a) + \overline{(a^2)b}_{(n)} = \overline{ab}_{\overline{aa}(n)}$

$N + a^2x + a^2n + b = \overline{ab}_{(an + a)}$

$N + a^2x + a^2n + b = a^2n + a^2 + b$

$N + \overset{\circ}{a^2} = \overset{\circ}{a^2}$

$N = \overset{\circ}{a^2}$

Resolución de problemas

6. $(\overset{\circ}{5} + 3)(\overset{\circ}{5} - 3)(\overset{\circ}{5} + 7)$

$\overset{\circ}{5} + 3 . -3 . 7$

$\overset{\circ}{5} - 63$

$\overset{\circ}{5} - (\overset{\circ}{5} + 3)$

$\overset{\circ}{5} - 3 = \overset{\circ}{5} + 2$

Clave D

7. A) $(\overset{\circ}{17}) \times 0 = 0 = \overset{\circ}{17}$ ...(V)

B) $(\overset{\circ}{13})^4 = \overset{\circ}{13}$ ...(V)

C) $(\overset{\circ}{12}) \times 7 = \overset{\circ}{13}$ ...(V)

D) $19 = \overset{\circ}{8} + 1$ ...(F)

E) $23 = \overset{\circ}{4} + 3$ ...(V)

$\underbrace{\quad}_{20}$

Clave D

8. $13 \times 5 = 65$

$\therefore 6 + 5 = 11$

Clave B

9. $\overline{24cc} = \overset{\circ}{7}$

1231

$-\ +$

$c + 3c + 8 - 2 = \overset{\circ}{7}$

$4c + 6 = \overset{\circ}{7}$

$2c + 3 = \overset{\circ}{7}$

$2c + 3 - 7 = \overset{\circ}{7}$

$2c - 4 = \overset{\circ}{7}$

$2(c - 2) = \overset{\circ}{7}$

$c - 2 = \overset{\circ}{7}$

$\Rightarrow c = 2 \lor c = 9$

Por lo tanto, un valor de c es 9.

Clave E

10. $\overline{15a76} = \overset{\circ}{9}$

$1 + 5 + a + 7 + 6 = \overset{\circ}{9}$

$a + 19 = \overset{\circ}{9}$

$a + 1 = \overset{\circ}{9}$

↓

8

$\therefore a = 8$

Clave B

Nivel 2 (página 30) Unidad 2

Comunicación matemática

11.

12. Por dato:

$\dfrac{\overline{ab} \times \overline{1(a+7)}}{2} = \overline{c(c+d)d}$

$\overline{ab} \times \overline{1(a+7)} = 2(110c + 11d)$

$\underbrace{\overline{ab}}_{\overset{\circ}{11}} \times \underbrace{\overline{1(a+7)}}_{\neq \overset{\circ}{11}} = 22\overline{cd}$

$\Rightarrow a = b$

Luego:

$\overline{aa} \times \overline{1(a+7)} = 22\overline{cd}$

$a \times \overline{1(a+7)} = 2\overline{cd}$

Si $a = 1$: $1 \times 18 = 2 \times 9$ (no cumple)

Entonces: $a = 2 \Rightarrow 2 \times 19 = 2\overline{cd}$

Por lo tanto: $a + b + c + d = 2 + 2 + 1 + 9 = 14$

Clave D

Razonamiento y demostración

13. $\overline{abcde} = \overset{\circ}{11}$

Por descomposición polinómica:

$a \times 10^4 + b \times 10^3 + c \times 10^2 + d \times 10 + e = \overset{\circ}{11}$

$a(\overset{\circ}{11} - 1)^4 + b \times (\overset{\circ}{11} - 1)^3 + c\,(\overset{\circ}{11} - 1)^2$

$+ d(\overset{\circ}{11} - 1) + e = \overset{\circ}{11}$

$a(\overset{\circ}{11} + (-1)^4) + b(\overset{\circ}{11} + (-1)^3) + c(\overset{\circ}{11} + (-1)^2)$

$- d + e = \overset{\circ}{11}$

$a(\overset{\circ}{11} + 1) + b(\overset{\circ}{11} - 1) + c\,(\overset{\circ}{11} + 1) - d + e = \overset{\circ}{11}$

$a - b + c - d + e = \overset{\circ}{11}$

$\therefore a + c + e - b - d = \overset{\circ}{11}$

14. I. V

Si $n = 3$ y $m = 5$

$N = \overline{xyzw}_{(3)} = \overset{\circ}{5} + 3 = 5k + 3;\ k \in \mathbb{Z}^+$

$3^5 \leq N \leq 3^4 - 1$

$27 \leq 5k + 3 \leq 80$

$24 \leq 5k \leq 77$

$4{,}8 \leq k \leq 15{,}4$

→ 5; 6; ...; 15

11 valores

II. F

Si: $x = y = z = 2$ y $n = m - 1 > 5$:

$N = \overline{222w}_{(m-1)} = \overset{\circ}{m} + 3$

$\overset{\circ}{m} + w - 2 + 2 - 2 = \overset{\circ}{m} + 3$

$w = \overset{\circ}{m} + 5$

$\Rightarrow w = 5 \ (w < m - 1)$

III. F

$N = \overline{xyzw}_{(10)} = \overset{\circ}{9} + 3$

$N = \overset{\circ}{9} + x + \underbrace{y + z + w} = \overset{\circ}{9} + 3$

$x + \overset{\circ}{9} = \overset{\circ}{9} + 3$

$\Rightarrow x = \overset{\circ}{9} + 3$

$x = 3 \ (x < 10)$

Clave A

Resolución de problemas

15. $\underbrace{5(x+4)}_{\overset{\circ}{7}} + \underbrace{7^{2014}}_{\overset{\circ}{7}} = \overset{\circ}{7}$

Como: $5(x+4) = \overset{\circ}{7}$

$\Rightarrow x + 4 = \overset{\circ}{7}$

↓

3 (menor valor positivo) $\therefore x = 3$

Clave B

16. $\overline{1x} + \overline{2x} + \overline{3x} + ... + \overline{10x} = \overset{\circ}{9}$

$(10 + x) + (20 + x) + (30 + x) + ... + (100 + x) = \overset{\circ}{9}$

$10(1 + 2 + 3 + ... + 10) + 10x = \overset{\circ}{9}$

$10 \ . \ \frac{10 \ . \ 11}{2} + (\overset{\circ}{9} + 1)x = \overset{\circ}{9}$

$550 + x = \overset{\circ}{9}$

$\overset{\circ}{9} + 1 + x = \overset{\circ}{9}$

$1 + x = \overset{\circ}{9}$

$\Rightarrow x = 8$

Clave B

17. $\overline{ab3b} = \overset{\circ}{12} <\ \overset{\circ}{4},\ \overset{\circ}{3}$

$\Rightarrow \overline{ab3b} = \overset{\circ}{4}$

$\overline{3b} = \overset{\circ}{4} \quad \Rightarrow b = 2 \lor b = 6$ ...(1)

$\overline{ab3b} = \overset{\circ}{3}$

$\Rightarrow a + b + 3 + b = \overset{\circ}{3}$

$a + 2b = \overset{\circ}{3}$ ...(2)

De (1):

Si $b = 2$, reemplazando en (2):

$a + 4 = \overset{\circ}{3} \Rightarrow a + 1 = \overset{\circ}{3}$

↓

2

5

8

$\Rightarrow (a + b)_{máx.} = 10$ ...(3)

Si $b = 6$, reemplazando en (2):

$a + 12 = \overset{\circ}{3}$

$a = \overset{\circ}{3}$

↓

3

6

9

$\Rightarrow (a + b)_{máx.} = 15$ ...(4)

Por lo tanto, de (3) y (4): $(a + b)_{máx.} = 15$

Clave D

18. $\overline{34x67} = \overset{\circ}{11} + 3$

$\overline{34x64} = \overset{\circ}{11}$

$+ - + - +$

$\overset{\circ}{11} + 4 - 6 + x - 4 + 3 = \overset{\circ}{11}$

$x - 3 = \overset{\circ}{11}$

$\Rightarrow x = \overset{\circ}{11} + 3$

$\therefore x = 3$

Clave E

19. $N = 1 + 2 + 3 + ... + 20$

$N = \frac{20 \times 21}{2} \Rightarrow N = 210$

$210 = 207 + 3 = \overset{\circ}{9} + 3$

$\therefore$ Residuo = 3

Clave D

20. $17 \times 54 = (\overset{\circ}{7} + 3)(\overset{\circ}{7} + 5)$

$= \overset{\circ}{7} + 15 = \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} + 1$

$= \overset{\circ}{7} + 1$

$\therefore$ Residuo = 1

Clave E

Nivel 3 (página 31) Unidad 2

Comunicación matemática

21. I. $2\ 791\ 749^{\boxed{2}} = \overset{\circ}{8} + 1$ (por ejemplo)

Recordar: $(\text{n.° impar})^{(\text{n.° par})} = \overset{\circ}{8} + 1$

II. $7429 = 17 \times 19 \times 23$

$7429 = \overset{\circ}{\boxed{17}}$ (un caso puede ser $\overset{\circ}{19}$ ó $\overset{\circ}{23}$)

III. $(\overset{\circ}{7} + r)^3 = \overset{\circ}{7} + r^3 = \overset{\circ}{7} + 6$

$r^3 = \overset{\circ}{7} + 6$

$5^3 = \overset{\circ}{7} + 6$

$(\overset{\circ}{7} + \boxed{5})^3 = \overset{\circ}{7} + 6$

IV. $\overline{abc7}_{(9)} \times \overline{xyz21}_{(3)} = \overset{\circ}{\boxed{9}} + \boxed{4}$

V. $(\overline{ccabba}_{(11)} + 1) \times 1111222334_{(13)}$

$(\overset{\circ}{12} + 1) \times (\overset{\circ}{12} + 8) = \overset{\circ}{\boxed{12}} + \boxed{8}$

22. $7x + 12y = 236$

$\overset{\circ}{7} + 5y = \overset{\circ}{7} + 5$

$5y = \overset{\circ}{7} + 5$

$y = \overset{\circ}{7} + 1$

$y_0 = 1$

$7x + 12 = 236$

$x_0 = 32$

t	x	y
0	32	1
1	20	8
2	8	15

Razonamiento y demostración

23. I. V

$9y + 3x = \overset{\circ}{15} \Rightarrow 3y + x = \overset{\circ}{5}$

$\Rightarrow 21y + 7x = \overset{\circ}{5} \times 7$

$20y + 4x = \overset{\circ}{28} \Rightarrow 5y + x = \overset{\circ}{7}$

$\Rightarrow 25y + 5x = \overset{\circ}{7} \times 5$

Luego:

$25y + 5x = \overset{\circ}{35}$

$21y + 7x = \overset{\circ}{35}$ (−)

$4y - 2x = \overset{\circ}{35} - \overset{\circ}{35}$

$4y - 2x = \overset{\circ}{35}$

$2(2y - x) = \overset{\circ}{35}$

$\Rightarrow 2y - x = \overset{\circ}{35}$

II. F

Para $n = 0$ no existe un $k \in \mathbb{Z}^+$ tal que $k < n$.

III. F

$A = \{n \in \mathbb{Z}^+ \ / \ n \ . \ k = 30; k \in \mathbb{Z}\}$

$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 15; 30\}$

Para $n = 30$

$\overset{\circ}{31} \neq 12$

Clave D

24. $A = \{x/x = 10n + 5; n \in \mathbb{Z}^+\}$

$A = \{5; 15; 25; 35; 45; ...\}$

Luego:

I. V

$\forall\ x \in A.\ x^2 = \overset{\circ}{8} + 1$, ya que x siempre es impar, se cumple:

$(\text{impar})^{par} = \overset{\circ}{8} + 1$

II. F

Sea $B = \{5; 15; 25\}$

$5 + 15 + 25 + 1 = 46 \neq \overset{\circ}{4}$

III. V

Si x; p ∈ A; entonces

$x = \overset{\circ}{10} + 5$

$p = \overset{\circ}{10} + 5$

Entonces: $x + p = \overset{\circ}{10} + 10 = \overset{\circ}{10}$

Resolución de problemas

25. $\overline{a4a4a} = \overset{\circ}{8}$

$\Rightarrow \overline{a4a} = \overset{\circ}{8}$

$100a + 40 + a = \overset{\circ}{8}$

$101a + 40 = \overset{\circ}{8}$

$101a + \overset{\circ}{8} = \overset{\circ}{8}$

$101a = \overset{\circ}{8}$

$a = \overset{\circ}{8}$

$\therefore a = 8$

Clave C

26. $\overline{3bcd} = \overset{\circ}{165}$

Como:

$3000 < \overline{3bcd} < 4000$

$3000 < 165k < 4000$

$18,18... < k < 24,24...$

$19 \leq k \leq 24$

	$\overline{bcd}$
$\Rightarrow \overline{3bcd} = 3135$	$\Rightarrow 135 +$
3300	300
3465	465
3630	630
3795	795
3960	960
	3285

Por lo tanto:

La suma de todos los números $\overline{bcd}$ es 3285.

Clave D

27. $\overline{aba(b-6)} = \overset{\circ}{44} < \begin{matrix} \overset{\circ}{4} \\ \overset{\circ}{11} \end{matrix}$

$- + - \quad +$

$\overline{a\ b\ a\ (b-6)} = \overset{\circ}{11}$

$\Rightarrow b + b - 6 - a - a = \overset{\circ}{11}$

$2b - 2a - 6 = \overset{\circ}{11}$

$b - a - 3 = \overset{\circ}{11}$

$b - a = \overset{\circ}{11} + 3$

$\Rightarrow b - a = 3$ ...(1)

$\overline{aba(b-6)} = \overset{\circ}{4} \Rightarrow \overline{a(b-6)} = \overset{\circ}{4}$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

$\overline{a(a+3-6)} = \overset{\circ}{4}$

$\overline{a(a-3)} = \overset{\circ}{4}$

$\overline{a(a-3)} = \overset{\circ}{4}$

↓

5

$\Rightarrow b = 8$

$\therefore a + b = 13$

Clave A

28. $45x + 21y + 35z = 630$ ...(1)

$\overset{\circ}{5} + (\overset{\circ}{5} + 1)y + \overset{\circ}{5} = \overset{\circ}{5}$

$y = \overset{\circ}{5}$

$\Rightarrow y = 5k;\ k \in \mathbb{Z}$

Reemplazando en (1):

$45x + 21 \cdot 5k + 35z = 630$

$9x + 21k + 7z = 126$ ...(2)

$\overset{\circ}{3} + \overset{\circ}{3} + (\overset{\circ}{3} + 1)z = \overset{\circ}{3}$

$\Rightarrow z = 3m;\ m \in \mathbb{Z}$

Reemplazando en (2):

$9x + 21k + 7 \cdot 3m = 126$

$3x + 7k + 7m = 42$ ...(3)

$3x + \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} = \overset{\circ}{7}$

$3x = \overset{\circ}{7}$

$x = \overset{\circ}{7}$

$\Rightarrow x = 7n;\ n \in \mathbb{Z}$

Reemplazando en (3):

$3(7n) + 7k + 7m = 42$

$3n + k + m = 6$

↓	↓	↓
1	2	1
1	1	2

$\Rightarrow x = 7$

$(y = 10 \wedge z = 3) \vee (y = 5 \wedge z = 6)$

Luego:

$(x + y + z)_{máx.} = 20$

Clave A

29. $300\underbrace{(U + N + I)}_{6} = \overset{\circ}{9} + r$

$\underbrace{1800}_{\overset{\circ}{9}} = \overset{\circ}{9} + r$

$\overset{\circ}{9} \Rightarrow r = 0$

Además:

$\overline{90n1738} = \overset{\circ}{11} \Rightarrow 9 + n + 7 + 8 - 1 - 3 = \overset{\circ}{11}$

$n + 20 = \overset{\circ}{11}$

$n + 9 = \overset{\circ}{11}$

$\Rightarrow n = 2$

Clave A

30. $(\overset{\circ}{9} + 4)^{227^{1024}} = \overset{\circ}{9} + x$

$\overset{\circ}{9} + 4^{227^{1024}} = \overset{\circ}{9} + x$ ...(1)

Analizando las potencias de 4, con respecto al módulo 9.

$$g = 3 \begin{cases} 4^1 = \overset{\circ}{9} + 4 \longrightarrow 4^{\overset{\circ}{3}+1} = \overset{\circ}{9} + 4 \\ 4^2 = \overset{\circ}{9} + 7 \longrightarrow 4^{\overset{\circ}{3}+2} = \overset{\circ}{9} + 7 \\ 4^3 = \overset{\circ}{9} + 1 \longrightarrow 4^{\overset{\circ}{3}} = \overset{\circ}{9} + 1 \end{cases}$$

$227 = \overset{\circ}{3} + 2$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$\overset{\circ}{9} + 4^{(\overset{\circ}{3}+2)^{1024}} = \overset{\circ}{9} + x$

$\overset{\circ}{9} + 4^{\overset{\circ}{3}+2^{1024}} = 9 + x$ ...(3)

Analizando las potencias de 2 respecto al módulo 3, tenemos:

$$g = 2 \begin{cases} 2^1 = \overset{\circ}{3} + 2 \\ 2^2 = \overset{\circ}{3} + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 2^{par} = \overset{\circ}{3} + 2 \\ 2^{impar} = \overset{\circ}{3} + 1 \end{matrix}$$

Reemplazando en (3):

$\overset{\circ}{9} + 4^{\overset{\circ}{3}+\overset{\circ}{3}+2} = \overset{\circ}{9} + x$

$\overset{\circ}{9} + \underbrace{4^{\overset{\circ}{3}+2}}_{\overset{\circ}{9}+7} = \overset{\circ}{9} + x$

$\Rightarrow \overset{\circ}{9} + 7 = \overset{\circ}{9} + x \Rightarrow x = 7$

Clave E

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 35) Unidad 2

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4. I. F

$A! \times (A+1) \times (A+2) \times \ldots \times (A+B) = (A+B)!$

$\Rightarrow (A+B)! = \overset{\circ}{A!}$

$\therefore MCD\,[A!; (A+B)!] = A!$

II. V

$MCD\,(A+B; A+B-1) = 1$

III. F

$MCM(2^{17}; 2^{7}) = 2^{17}$

5. I. F

3 y 5 son primos absolutos, pero $3 \times 5 = 15$ no lo es.

II. F

5 y 7 son primos absolutos, pero $5 + 7 = 12$ no lo es.

III. F

5 y 7 son primos absolutos, pero 5 y 35 no son PESÍ.

Clave B

Resolución de problemas

6. $N = 20^{20} = 5^{20} . 2^{40}$

$CD(N) = (20+1)(40+1) = 861$

$CD_{SIMPLES} = 3$

$\therefore CD_{COMPUESTOS} = 861 - 3 = 858$

Clave C

7. $N = 2^4 . 5^a$

$CD(N) = (5)(a+1)$

$27N = 3^3 . 2^4 . 5^a$

$CD(27N) = (4)(5)(a+1)$

$\Rightarrow CD(27N) = CD(N) + 90$

$(4)(5)(a+1) = (5)(a+1) + 90$

$20(a+1) - 5(a+1) = 90$

$15 . (a+1) = 90$

$a + 1 = 6$

$\therefore a = 5$

Clave C

8. $N = 720 = 3^2 . 2^4 . 5$

$N = 3^2 . 2(2^3 . 5) = 18(2^3 . 5)$

$SD(\overset{\circ}{18}) = 18\left(\frac{2^4-1}{2-1} . \frac{5^2-1}{5-1}\right) = 18 . \frac{24}{4} . 15$

$SD(\overset{\circ}{18}) = 1620$

Clave A

9. Por dato:

$N = 2 . 3^a . 7^b;\ CD(\overset{\circ}{9}) = 40$

$CD(\overset{\circ}{2}) = 30$

Luego:

$N = (2 . 3^{a-2} . 7^b) . 3^2$

$\Rightarrow 2 . (a-1) . (b+1) = 40$ ...(1)

$N = (3^a . 7^b) . 2$

$\Rightarrow (a+1) . (b+1) = 30$ ...(2)

Dividiendo (1) y (2):

$\frac{a-1}{a+1} = \frac{20}{30} \Rightarrow 3a - 3 = 2a + 2$

$\Rightarrow a = 5$

Reemplazando $a = 5$ en (2):

$(5+1)(b+1) = 30 \Rightarrow b = 4$

$\therefore 2a + 3b = 2(5) + 3(4) = 22$

Clave E

10. $MCD(15A; 20B) = 30$

$MCD(3A; 4B) = 6$

$\therefore MCD(12A; 16B) = 24$

Clave E

11. $SD(A - B) = 93$

$SD(9 \times 5^n - 7 \times 5^n) = 93$

$SD(2 \times 5^n) = 93$

$\left(\frac{2^2-1}{2-1}\right)\left(\frac{5^{n+1}-1}{5-1}\right) = 93$

$\Rightarrow 5^{n+1} = 125 = 5^3$

$\Rightarrow n = 2$

$\therefore A + B = 16 \times 5^2 = 400$

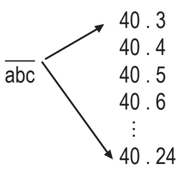
Clave B

12. $\overline{abc} \to \overset{\circ}{20}\ (2^2 . 5 = 20)$

$\overline{abc} \to \overset{\circ}{8}\ (2^2 . 2 = 8)$

$\Rightarrow \overline{abc} = \overset{\circ}{40}$

$40 . 3 \leq abc \leq 40 . 24$



$(24 - 3) + 1 = 22$

$\therefore$ Tiene 22 múltiplos comunes.

Clave C

13. Del enunciado:

$a + b = 112$ ...(1)
$MCM(a;\, b) = 192$ ...(2)
Sea: $a = dm \wedge b = dn$(m y n son PESÍ)

De (1) y (2):

$d(m + n) = 112$ ...(3)
$d.m.n. = 2^6 . 3$ ...(4)

De (3) y (4):

$d = 16,\ m = 4 \ \wedge \ n = 3$
$\Rightarrow a = dm = 64 \ \wedge \ b = dn = 48$
$\therefore a - b = 16$

Clave B

Nivel 2 (página 35) Unidad 2

Comunicación matemática

14.

15.

Razonamiento y demostración

16. I. F

Por propiedad: MCM (A, B) = A

II. F
Si A = 6 y B = 3 ($6 = \overset{\circ}{3}$); entonces
MCD (6; 3) = 3
Luego:
$CD[MCD\ (6;\ 3)] = CD(3) \neq CD(6)$
$2 \neq 4$

III. V
$A = \overset{\circ}{B} \Rightarrow A + B = \overset{\circ}{B}$
Entonces:
MCD (A + B; B) = B

Clave C

17. I. V

Si: MCD (A; B) = 14 $A = \overset{\circ}{14} \wedge B = \overset{\circ}{14}$
Luego: $A + B = \overset{\circ}{14}$

II. V
Por propiedad.

III. F
Si A y B son PESÍ, entonces
$MCM\ (A;\ B) = A \times B$
Como $A > 1$ y $B > 1$; entonces: $A \times B > 1$

Resolución de problemas

18. $45^3 = (5 \times 3^2)^3 = 5^3 \times 3^6$

Para obtener los divisores de 15; separamos los factores primos 5 y 3:

$45^3 = 15(5^2 \times 3^5)$

$CD(\overset{\circ}{15}) = (2 + 1)(5 + 1) = 18$

Clave D

19. Sea $E = 10 . 10^2 . 10^3 . 10^4 \ldots 10^n$

$$E = 10^{1+2+3+\ldots+n} = 10^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$E = (2.5)^{\frac{n(n+1)}{2}} = 2^{\frac{n(n+1)}{2}} . 5^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$CD(E) = \left(\frac{n(n+1)}{2} + 1\right)\left(\frac{n(n+1)}{2} + 1\right)$$

$$1369 = \left(\frac{n(n+1)}{2} + 1\right)^2$$

$$37 = \frac{n(n+1)}{2} + 1$$

$$72 = n(n+1)$$

$\therefore n = 8$

Clave A

20. Sea N el número:
$N = 7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$
$N = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$
Se cumple: $CD(N) = CD_C + CD_P + 1$

$(5)(3)(2)(2) = CD_C + 4 + 1$
$60 = CD_C + 5$
$\therefore CD_C = 55$

Clave E

21. Sean: N_1 y N_2 los números.
$N_1 - N_2 = 2300 = 2^2 \times 5^2 \times 23$ ...(β)

Donde: $CD(N_1) = 12$ y $CD(N_2) = 15$

Si:
$N_1 = p^{11} \wedge N_2 = p^{14} \Rightarrow N_1 - N_2 = p^{11} \times (\ \ )$
No cumple en (β).

Si:
$N_1 = p^2q^3 \wedge N_2 = p^2q^4 \Rightarrow N_1 - N_2 = p^2q^3 (\ \ )$
No cumple en (β).

$N_1 = p^2q^3 \wedge N_2 = p^4 . q^2 \Rightarrow N_1 - N_2 = p^2 . q^2 (\ \ )$
Sí cumple en (β).

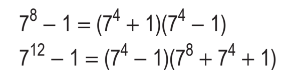
Entonces:
$N_2 - N_1 = p^2 \times q^2(p^2 - q)$
(p ↓ 5, q ↓ 2)

Entonces:
$N_1 = 2^3 \times 5^2 = 200 \wedge N_2 = 2^2 . 5^4 = 2500$
$\therefore N_1 + N_2 = 2700$

Clave E

22. $A = \underbrace{66 \ldots 66}_{8\ cifras}{}_{(7)} = 7^8 - 1$

$B = \underbrace{66 \ldots 66}_{12\ cifras}{}_{(7)} = 7^{12} - 1$


$7^8 - 1 = (7^4 + 1)(7^4 - 1)$
$7^{12} - 1 = (7^4 - 1)(7^8 + 7^4 + 1)$

MCD(A; B) $= 7^4 - 1 = 2400$
$\therefore 2 + 4 + 0 + 0 = 6$

Clave D

23. Por dato:
MCD(A; B) = d; (A > B)
MCM(A; B) = m ∧ m . d = 3024
$A = dk_1$; $B = dk_2 \Rightarrow 3024 = d^2k_1k_2$

Del enunciado: d es máximo
$\Rightarrow k_1$ y k_2 son mínimos y PESÍ.

Luego: $3024 = 3 . 7 . (2^2 . 3)^2 \Rightarrow d = 12$
Como: $B \neq d \Rightarrow k_2 \neq 1$ con lo cual $k_1 \neq 21$
Entonces: $k_1 = 7 \wedge k_2 = 3 \Rightarrow B = (12)(3) = 2^2 . 3^2$
$\therefore$ CD(B) = (2 + 1)(2 + 1) = 9

Clave A

24. Sea: $N = \overline{abc}_{(7)}$

Por dato:
MCD(N; $7^3 - N$) = 49
$\Rightarrow N = 49k_1 \wedge 7^3 - N = 49k_2$ ...(1)

Donde: k_1 y k_2 son PESÍ.

De (1):
$7^3 - (49k_1) = 49k_2$
$\Rightarrow 7^3 = 49(k_1 + k_2)$

Entonces: $k_1 + k_2 = 7$

k_1	k_2
1	6
2	5
3	4
4	3
5	2
6	1

Por lo tanto, existen 6 números que cumplen dicha condición.

Clave E

25. Piden: $\overline{abc}_{mín.}$
Por dato:
MCD($\overline{abc}$; $\overline{cba}$) = MCD(330; 462) ...(1)
$\Rightarrow \overline{abc} - \overline{cba} = \overline{1xy}$ ...(2)

De (1): MCD($\overline{abc}$; $\overline{cba}$) = 66
$\Rightarrow \overline{abc} = 66k_1 \wedge \overline{cba} = 66k_2$
Donde: k_1 y k_2 son PESÍ.
$\Rightarrow \overline{abc} - \overline{cba} = 66k_1 - 66k_2$ ...(3)

Reemplazando (2) en (3):
$\overline{1xy} = 66(k_1 - k_2)$
↓↓
98 (por propiedad)

$\Rightarrow 198 = 66(k_1 - k_2) \Rightarrow k_1 - k_2 = 3$

k_1	k_2
4	1
5	2
7	4
8	5

Luego:
$\overline{abc} = 66k_1$ es mínimo si k_1 es mínimo.
$\Rightarrow \overline{abc} = 66 . 4 = 264$

$\therefore a + b + c = 12$

Clave E

Nivel 3 (página 36) Unidad 2

Comunicación matemática

26. $18\,552\,170 = 2 \times 5 \times 7 \times 13 \times 19 \times 29 \times 37$

27. A = {1; 2; 3; 6; 7; 9; 14; 18; 21; 42; 63; 126}
B = {1; 2; 3; 4; 6; 7; 12; 14; 21; 28; 42; 49; 84; 98; 147; 196; 294; 598}
Luego:
a) A ∩ B = {1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42}
b) MCD (126; 598) = 42
c) n(A ∩ B) = CD(MCD (126; 598)] = 8
d) n(A) = 12 y n(8) = 18
$\Rightarrow$ n(A) + n(B) = 30

Razonamiento y demostración

28. I. V
Como A es PESÍ con A + 1 y con A – 1; entonces A es PESÍ con $(A + 1)(A - 1) = A^2 - 1$
MCD (A, $A^2 - 1$) = 1

II. F
Como A > B > 1 entonces:
$A! = \underbrace{B! \times (B + 1) \times (B + 2) \times ... \times A}_{k}$

$A! = B! \times k$
$A! = \overset{\circ}{B!}$

Luego: MCD(A!; B!) = B! ≠ 1

$\therefore$ A! y B! no son PESÍ

III. V
Sea d = MCD(A, B) y m = MCM(A; B), entonces:
m = dpq; p y q son PESÍ
$m = \overset{\circ}{d}$
Luego: MCD (m; d) = d = MCD (A; B)

29. I. V
II. F
Para B = 3, C = 4 y A = 2
Como A y B son PESÍ y B y C son PESÍ,
Entonces A y C no son PESÍ.

III. V
MCD (A; B; C; D; D; E)
= MCD{MCD (A; B); C; D; E]
= MCD [1; C; D; E]
= 1 = MCD (A; B)

Clave C

Resolución de problemas

30. $\overline{aabb} = \overline{a0b} . 11$ ...(1)
Como:
CD($\overline{aabb}$) = 21 = 3 . 7
Luego: $\overline{aabb} = 11^{\alpha} . n^{\beta}$

Si: ($\alpha = 6 \wedge \beta = 2$) no se cumple (1).
$\Rightarrow \alpha = 2 \wedge \beta = 6$

Entonces:
$\overline{aabb} = 11^2 . n^6$ ...(2)

De (2): n = 2
$\Rightarrow \overline{aabb} = 11^2 . 2^6 = 7744$
$\therefore a - b = 7 - 4 = 3$

Clave C

31. $7920 = 11 \times 4^2 \times 5 \times 9$
$7920 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 11$
C.D. = 5 . 3 . 2 . 2 = 60

¿Cuántos de sus divisores son pares?
$C.D._{\overset{\circ}{2}} = 2(2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11)$
$= 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

¿Cuántos divisores son impares?
$C.D._{imp} = C.D. - C.D._{\overset{\circ}{2}}$
$C.D._{imp} = 60 - 48 = 12$

¿Cuántos de sus divisores son $\overset{\circ}{33}$?
$C.D._{\overset{\circ}{33}} = 3 \times 11 \times \underbrace{(2^4 \times 5 \times 3)}$
↓
(5)(2)(2) = 20

$\therefore \sum$ de soluciones = 48 + 12 + 20 = 80

Clave A

32. $80! = 2^a . 5^b . P$

Observación:
Descomposición canónica del factorial de un número.

Ejemplo:
$11! = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times ... 2 \times 1$
$11! = 2^{\alpha} \times 3^{\beta} \times 5^2 \times 7^1 \times 11^1$

Hallando α y β:
11 | 3
3 | 3
1
+

11 | 2
5 | 2
2 | 2
1
+ +

$\alpha = 5 + 2 + 1$ $\qquad \beta = 3 + 1$

$\alpha = 8$ $\qquad \beta = 4$

Luego:

$11! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1 \times 11^1$

Hallando el exponente de 2 y 5:

$80 \,|\, 2 \rightarrow 40 \,|\, 2 \rightarrow 20 \,|\, 2 \rightarrow 10 \,|\, 2 \rightarrow 5 \,|\, 2 \rightarrow 2 \,|\, 2 \rightarrow 1$

$80 \,|\, 5 \rightarrow 16 \,|\, 5 \rightarrow 3$

$a = 40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 78$

$b = 16 + 3 = 19$

$\Rightarrow 80! = 2^{78} \,.\, 5^{19} \,.\, P = 2^{59} \,.\, (10)^{19} \,.\, P$

El exponente de 10 nos indica el número de ceros a la derecha: 19

Clave D

33. $N = ((2!)! \,.\, 3!)! = (2 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, 1)!$

$N = 12! = 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 2^2 \,.\, 5 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, 7 \,.\, 2^3 \,.\, 3^2 .\; 5 \,.\, 2 \,.\, 11 \,.\, 2^2 \,.\, 3$

$N = 2^{10} \,.\, 3^5 \,.\, 5^2 \,.\, 7 \,.\, 11$

$CD_{COMPUESTOS} = CD_N - CD_{SIMPLES}$ (...1)

$CD_N = (11)(6)(3)(2)(2) = 792$

$CD_{SIMPLES} = 6$

En (1):

$CD_{COMPUESTOS} = 792 - 6 = 786 = \overline{mnp}$

$M = \overline{mnp}! = 786! \;\wedge\; M = 2^a \,.\, 5^b \,.\, P$

Hallamos los exponentes de 2 y 5:

$786 \,|\, 2 \rightarrow 393 \,|\, 2 \rightarrow 196 \,|\, 2 \rightarrow 98 \,|\, 2 \rightarrow 49 \,|\, 2 \rightarrow 24 \,|\, 2 \rightarrow 12 \,|\, 2 \rightarrow 6 \,|\, 2 \rightarrow 3 \,|\, 2 \rightarrow 1$

$a = 393 + 196 + 98 + 49 + 24 + 12 + 6 + 3 + 1$

$a = 782$

$786 \,|\, 5 \rightarrow 157 \,|\, 5 \rightarrow 31 \,|\, 5 \rightarrow 6 \,|\, 5 \rightarrow 1$

$b = 157 + 31 + 6 + 1$

$b = 195$

$M = 2^{782} \,.\, 5^{195} \,.\, P = 2^{587} \,.\, (10)^{195} \,.\, P$

$\therefore M = \overline{mnp}!$ termina en 195 ceros.

Clave E

34. $MCD(60; \overline{aaa00})$

$60 - 100 \,.\, \overline{aaa}$	2
$30 - 50 \,.\, \overline{aaa}$	2
$15 - 25 \,.\, \overline{aaa}$	5
$3 - 5 \,.\, \overline{aaa}$	3

$\Rightarrow MCD(60; \overline{aaa00}) = 2^2 \,.\, 3 \,.\, 5$

$$SD = \left(\frac{2^{2+1} - 1}{2 - 1}\right)\left(\frac{3^{1+1} - 1}{3 - 1}\right)\left(\frac{5^{1+1} - 1}{5 - 1}\right)$$

$SD = 7 \,.\, 4 \,.\, 6$

$\therefore SD = 168$

Clave A

35. $A = \overline{a(a+2)(a+3)}$

$MCM(A; B) = MCM(A; 13B)$ ...(1)

De (1), se tiene:

$$A \begin{cases} 134 \\ 245 \\ 356 \\ 467 \\ 578 \\ 689 = \overset{\circ}{13} \end{cases}$$

$\Rightarrow a = 6$

Se cumple:

$A = 689 = \overset{\circ}{13}$

$\therefore \Sigma cifras = 6 + 8 + 9 = 23$

Clave B

36. Por dato:

$MCM(\overline{anan} - 7; B) = MCM(\overline{anan} - 7; 11B)$ ...(1)

De (1), se deduce:

$\overline{anan} - 7 = \overset{\circ}{11}$

$101(\overline{an}) = \overset{\circ}{11} + 7$

$(\overset{\circ}{11} + 2)(\overline{an}) = \overset{\circ}{11} + 7$

$2(\overline{an} - 9) = \overset{\circ}{11}$

$\Rightarrow \overline{an} = \overset{\circ}{11} + 9$

Entonces:

$\overline{an} = 20;\ 31;\ 42;\ 53;\ 64;\ 75;\ 86;\ 97$

$S = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16$

Donde: S es la suma de todos los valores de $(a + n)$.

$\Rightarrow S = 2(1 + 2 + 3 + ... + 8)$

$S = 2\left(\frac{8 \,.\, 9}{2}\right) = 72$ $\qquad \therefore S = 72$

Clave C

37. Del enunciado:

$A = \underbrace{MCM(75!; 76!; 77!; ...)}_{10 \text{ números}} = (75 + 9)! = 84!$

$B = \underbrace{MCD(83!; 84!; 85!; ...)}_{16 \text{ números}} = 83!$

Luego:

Para A:

$84 \,|\, 5 \rightarrow 80,\ 4,\ (16) \,|\, 5 \rightarrow 15,\ 1,\ (3)$

A termina en: $16 + 3 = 19$ ceros.

Para B:

$83 \,|\, 5 \rightarrow 80,\ 3,\ (16) \,|\, 5 \rightarrow 15,\ 1,\ (3)$

B termina en: $16 + 3 = 19$ ceros.

$\Rightarrow A = \underbrace{\overline{...00...0}}_{19 \text{ ceros}} \;\wedge\; B = \underbrace{\overline{...00...0}}_{19 \text{ ceros}}$

$\Rightarrow A \times B = \underbrace{\overline{...00...0}}_{38 \text{ ceros}}$

Por lo tanto, $A \times B$ termina en 38 ceros.

Clave D

APLIQUEMOS LO APRENDIDO (página 38) Unidad 2

1. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} \;\wedge\; a + b + c = 100$

Usando las propiedades de la S. R. G. E.

$\frac{a+b+c}{2+3+5} = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow \frac{100}{10} = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 20$

Clave A

2. Si: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k$

$\Rightarrow a = 2k,\ b = 3k \wedge c = 5k$

$\Rightarrow \frac{3a+8b}{2c-a-b} = \frac{3(2k)+8(3k)}{2(5k)-2k-3k}$

$= \frac{6k+24k}{10k-5k}$

$\therefore \frac{3a+8b}{2c-a-b} = \frac{30k}{5k} = 6$

Clave E

3. $\frac{a+1}{a} = \frac{b+2}{b} = \frac{c+4}{5} = 10$

$\Rightarrow a + 1 = 10a \wedge b + 2 = 10b \wedge c + 4 = 50$

$a = \frac{1}{9} \qquad b = \frac{2}{9} \qquad c = 46$

$\therefore\ a \cdot b \cdot c = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{9} \cdot 46 = \frac{92}{81}$

Clave B

4. $\frac{3}{P} = \frac{P}{E} = \frac{E}{R} = \frac{R}{U} = \frac{U}{96} = K$

$\frac{3 . P . E . R . U}{P . E . R . U . 96} = K^5$

$\frac{1}{32} = K^5 \Rightarrow K = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} \Rightarrow K = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{3 . P}{P . E} = K^2 \Rightarrow \frac{3}{E} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\frac{3}{E} = \frac{1}{4}$

$\therefore\ E = 12$

Clave B

5. Sean: a y b los números

$\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \Rightarrow a = 3k \wedge b = 4k$ ...(1)

Además: $\frac{2}{3}(a)(b) = 1152$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2): $\frac{2}{3}(3k)(4k) = 1152$

$8k^2 = 1152$

$k^2 = 144$

$k = 12$

$\Rightarrow a = 3k = 36 \wedge b = 4k = 48$

∴ El mayor número es 48.

Clave B

6. Del enunciado:

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ ...(1)

$a \cdot b^2 \cdot c = 1296$ ...(2)

Además: $\frac{a}{c} = \frac{4}{1}$ ...(3)

De (1) y (3): $\frac{a \cdot b}{b \cdot c} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{a}{c} = 4$

$\Rightarrow k = 2$

Reemplazando en (1): b = 2c; a = 4c

Luego, en (2):

$(4c) \cdot (2c)^2 \cdot c = 1296$

$16c^4 = 1296$

$c^4 = 81$

$c = 3$

$\Rightarrow a = 4c = 12;\ b = 2c = 6$

$\therefore a + c = 15$

Clave E

7. Sea m la media proporcional de 9 y 16.

Sea n la cuarta proporcional de 10; 15 y 15.

$\frac{9}{m} = \frac{m}{16} \Rightarrow 9 \cdot 16 = m^2 \Rightarrow 144 = m^2 \Rightarrow m = 12$

$\frac{10}{15} = \frac{9}{n} \Rightarrow 10n = 135 \Rightarrow n = 13{,}5$

Piden la tercera proporcional entre 12 y 13,5.

$\frac{12}{13{,}5} = \frac{13{,}5}{z} \Rightarrow z = \frac{(13{,}5)^2}{12}$

$\therefore\ z = 15{,}1875$

Clave A

8. Por dato: $\frac{A}{M} = \frac{3}{7} \Rightarrow A = 3k \wedge M = 7k$ ...(1)

Además: $\frac{A+10}{M+10} = \frac{5}{9}$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2): $\frac{3k+10}{7k+10} = \frac{5}{9}$

$27k + 90 = 35k + 50 \Rightarrow 40 = 8k \Rightarrow k = 5$

$\therefore$ M = 7k = 7(5) = 35 años

Clave C

9. Mujeres: 3k

Hombres: 7k

H – M = 28

7k – 3k = 28

4k = 28

k = 7

M = 21

H = 49

$\frac{21-14}{49-14} = \frac{7}{35} = \frac{1}{5} \qquad \therefore\ 1 : 5$

Clave E

10. Por dato: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ ...(1)

$5 \cdot a \cdot d = c \cdot f$ ...(2)

$a + e = 12$ ...(3)

Reemplazando (1) en (2):

$5 \cdot bk \cdot d = dk \cdot f \Rightarrow 5b = f$ ...(4)

De (1): $a = bk \;\wedge\; e = fk$

Reemplazando en (3) y tomando en cuenta (4):

$bk + fk = 12$

$k(b + 5b) = 12 \Rightarrow 6kb = 12 \Rightarrow kb = 2$

Piden:

$e - a = fk - bk = 5bk - bk$

$\Rightarrow e - a = 4bk$

$\therefore e - a = 4(2) = 8$

Clave A

11. Si: $\frac{a}{7} = \frac{8}{b} = \frac{c}{3} = \frac{d}{e} = k$

$a = 7k;\ b = \frac{8}{k};\ c = 3k;\ d = ek$ ...(1)

$a \cdot b \cdot c = 42(c \cdot e + d)$

$7k \cdot \frac{8}{k} \cdot 3k = 42(3k \cdot e + ek)$

$168k = 42 \cdot 4ek \Rightarrow e = 1$

c + e = 7 (dato)

$c + 1 = 7 \Rightarrow c = 6$

Reemplazando c = 6 en (1):

$c = 3k \wedge 6 = 3k \Rightarrow k = 2$

$a = 7(2) = 14 \;\wedge\; b = \frac{8}{2} = 4$

$\therefore a + b = 14 + 4 = 18$

Clave E

12. Sean a y b las edades actuales de los jóvenes.

Del enunciado:

$a = 3k \wedge b = 4k$

–n		+3n
3k – n	3k	3k + 3n
4k – n	4k	4k + 3n

$\frac{3k-n}{4k-n} = \frac{5}{7}$ (dato)

$21k - 7n = 20k - 5n \Rightarrow k = 2n$ ...(1)

3k + 3n + 4k + 3n = 60 (dato)

60 = 7k + 6n = 7(2n) + 6n

$60 = 20n \Rightarrow n = 3$

Reemplazando el valor de n en (1): k = 2(3) = 6

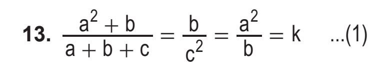
El mayor tiene: 4k = 24 años

El menor tiene: 3k = 18 años

Piden: 24 – x = 2(18 – x)

$24 - x = 36 - 2x \Rightarrow x = 12$

Clave D

13. 
$\frac{a^2+b}{a+b+c} = \frac{b}{c^2} = \frac{a^2}{b} = k$ ...(1)

De (1): $b^2 = a^2 \cdot c^2 \Rightarrow b = a \cdot c$ ...(2)

$\frac{a^2+b}{a+b+c} = \frac{b+a^2}{c^2+b} = k$

$\Rightarrow c^2 = a + c$ ...(3)

Además: $a + b = 60$ ...(4)

Reemplazando a y b de (2) y (3) en función de c, en (4) tenemos:

$(c^2 - c) + (c^2 - c)\,c = 60$

$c^2 - c + c^3 - c^2 = 60$

$(c - 1)\,c\,(c + 1) = 60 \Rightarrow c = 4$

Luego: $a = 12 \wedge b = 48$

$\therefore a \times c = 48$

Clave E

14. $\frac{a}{\overline{xy}} = \frac{\overline{xy}}{b} = k \in \mathbb{Z}$ ...(1)

$a + b = \overline{x(2y)(z+1)}$ ...(2)

$\quad \hookrightarrow z < 9$

Además, como:

MCD $(a; \overline{xy}) = \text{MCD}(\overline{xy}k; \overline{xy}) = \overline{xy}$

$\Rightarrow$ MCD $(a; \overline{xy}) \neq 1$

$\Rightarrow$ MCD $(\overline{xy}; b) = 1$

MCD$(bk; b) = 1$

bMCD $(k; 1) = 1 \Rightarrow b = 1$

Reemplazando en (1); tenemos:

$a = \overline{xy}^2$ ...(3)

Reemplazando (3) en (2):

$\overline{xy}^2 + 1 = \overline{x(2y)(z+1)}$

$\overline{xy}^2 = \overline{1(2y)z}$ ...(4)

1 $\geq$ 100

2 $\geq$ 400 (no cumple)

3 $\geq$ 900

$\Rightarrow x = 1$

Reemplazando x = 1 en (4):

$\overline{1y}^2 = \overline{1(2y)z}$

1 1 1 ✓

2 2 4 ✓

3 3 9 (no cumple $z < 9$)

Luego:

$x + y + z = 1 + 1 + 1 = 3 \quad \vee$

$x + y + z = 1 + 2 + 4 = 7$

Nos piden: $3 + 7 = 10$

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 40) Unidad 2

Comunicación matemática

1.

a) [8] – 5 = [5] – 2

b) $\frac{[12]}{6} = \frac{[6]}{3}$

2. a) $\frac{15}{35} = \frac{3}{7} = \frac{12}{28} = \frac{8}{12} = \frac{9}{21}$ (circulado: $\frac{8}{12}$)

b) $\frac{10}{15} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{6}{14} = \frac{2}{3}$ (circulado: $\frac{6}{14}$)

3.

Razonamiento y demostración

4. I. V

II. F

Por ejemplo:

$\frac{3}{4} \neq \frac{3+2}{4+2} = \frac{5}{6}$

III. F

Clave B

5. I. V

II. F

III. V

Resolución de problemas

6. $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = k \Rightarrow a = 5k; b = 7k; c = 8k$

Además :

$a + 2b + 3c = 430$

$5k + 14k + 24k = 430$

$43k = 430 \Rightarrow k = 10$

$\therefore b = 7(10) = 70$

Clave E

7. Sean a y b los números.

$b - a = 174 \quad \wedge \quad \frac{a}{b} = \frac{4k}{7k}$

$7k - 4k = 174$

$3k = 174$

$\Rightarrow k = 58$

$\therefore$ El número mayor es: $7 \cdot 58 = 406$

Clave B

8. Patricia : 19

Zulema : 25

$\frac{19+x}{25+x} = \frac{4}{5}$

$95 + 5x = 100 + 4x$

$\therefore x = 5$ años

Clave D

9. $\frac{3 \times 4 \times 5}{b \times c \times d} = k^3$

$\frac{60}{20\ 580} = k^3$

$\frac{1}{343} = k^3$

$\sqrt[3]{\frac{1}{343}} = k$

$\therefore k = \frac{1}{7}$

Clave D

10. $\frac{x}{3} = \frac{4}{b} = \frac{y}{4} = k$

$\Rightarrow y = 4k \wedge x = 3k$ ...(1)

Además:

$xy = 48$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

$12k^2 = 48$

$k = 2$

Como: $\frac{4}{b} = k = 2$

$\therefore b = 2$

Clave A

Nivel 2 (página 40) Unidad 2

Comunicación matemática

11. n.° cuadrados: 5

n.° círculos: 12

Sea x el número de cuadrados que se aumenta:

$\frac{5+x}{12} = \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \Rightarrow x = 3$

Clave C

12.

Razonamiento y demostración

13. a) V

Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{2}$

Por propiedad: $\frac{a+c}{b+d} = \frac{1}{2}$

b) F

Si: $\frac{m}{n} = \frac{p}{q} = \frac{4}{3}$

Por propiedad: $\frac{m.p}{n.q} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$

c) F

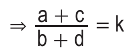
Si: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$

$\frac{a.b.c}{b.c.d} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{8}{27}$

14. a) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ...(1)

$\Rightarrow a = bk \wedge c = dk$

$a + c = bk + dk = (b + d)k$



$\Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = k$

Reemplazando en (1):

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ (l.q.q.d.)

b) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$

$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (l.q.q.d.)

Resolución de problemas

15. $a + b + c = 650$

$\frac{a+b+c}{a-c} = \frac{50}{9} \Rightarrow \frac{650}{a-c} = \frac{50}{9}$

$a - c = 117$ ...(1)

$\frac{a+b+c}{b-c} \Rightarrow \frac{650}{b-c} = \frac{25}{1}$

$b - c = 26$ ...(2)

$a + b + c = 650$ (dato) ...(3)

Despejamos a y b de (1) y (2); y reemplazamos en (3):

$143 + 2c + c = 650$

$3c = 507 \Rightarrow c = 169$

De (1):

$a - c = 117$

$\Rightarrow a = 117 + 169 = 286$

Clave D

16. $\frac{a^2}{12} = \frac{b^2}{27} = \frac{c^2}{48} = \frac{d^2}{75} = k^2$

$\Rightarrow a = 2\sqrt{3}\,k$

$b = 3\sqrt{3}\,k$

$c = 4\sqrt{3}\,k$

$d = 5\sqrt{3}\,k$

Además:

$(d + b) - (c + a) = 143$

$(d + b) - (c + a) = 143$

$8\sqrt{3}\,k - 6\sqrt{3}\,k = 2\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}\,k = 143$

$k = \frac{143}{2\sqrt{3}}$

$a + b + c + d =$

$2\sqrt{3}\,k + 3\sqrt{3}\,k + 4\sqrt{3}\,k + 5\sqrt{3}\,k = 14\sqrt{3}\,k$

$\therefore a + b + c + d = 14\sqrt{3}\,.\frac{143}{2\sqrt{3}} = 1001$

Clave C

17. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow a = dk^3;\ c = dk \wedge b = dk$

$(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = 4900$

$(d^2k^6 + d^2k^4 + d^2k^2)(d^2k^4 + d^2k^2 + d^2) = 4900$

$d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2 = 4900$

$d^2k(k^4 + k^2 + 1) = 70$

$3(ab + bc + cd) = 3(d^2k^5 + d^2k^3 + d^2k)$

$3d^2\,(k^5 + k^3 + k) = 70\ .\ 3 = 210$

Clave E

18. $\frac{a+2}{a-2} = \frac{b+3}{b-3} = \frac{c+5}{c-5}$

Por propiedad:

$\frac{a+2+a-2}{a+2-a+2} = \frac{b+3+b-3}{b+3-b+3} = \frac{c+5+c-5}{c+5-c+5}$

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$

$a = 2k$

$b = 3k$

$c = 5k$

Por dato:

$a^2 + b^2 = 52$

$(2k)^2 + (3k)^2 = 52$

$4k^2 + 9k^2 = 52$

$13k^2 = 52$

$k = 2$

$\therefore a + b + c = 10k = 10(2) = 20$

Clave B

19. Sea **a** la media proporcional de 5 y 45, y **b** la tercera proporcional de 12 y 30.

$\frac{5}{a} = \frac{a}{45}$

$\Rightarrow a = \sqrt{5.\,45}$

$a = 15$

$\frac{12}{30} = \frac{30}{b}$

$b = 75$

$\frac{15}{75} = \frac{75}{x} \quad \therefore\ x = 375$

Clave A

20.

Preguntas de matemática	Preguntas de otros cursos
5k	9k

$5k = 4 \times \underbrace{(\text{Aritmética})}_{10}$

$5k = 40 \Rightarrow k = 8$

Piden el total de preguntas:

$5k + 9k = 14k = 14(8) = 112$ preguntas

Clave C

Nivel 3 (página 41) Unidad 2

Comunicación matemática

21. Del enunciado:

$\frac{4}{7} = \frac{5x-8}{6x-3} \Rightarrow 24x - 12 = 35x - 56$

$44 = 11x$

$\Rightarrow x = 4$

Además: $h = 12_{(4)} = 6$

Luego:

$\text{Área} = \left(\frac{21+12}{2}\right)6 = 99\ m^2$

Clave E

22. Números primos: {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31}

Números compuestos: {4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20; 21; 22; 24; 25; 26; 27; 28; 30}

Luego:

Cantidad números primos = 11

Cantidad números compuestos = 19

Nos piden: $\frac{11}{19}$

Clave D

Razonamiento y demostración

23. I. V

$\frac{a^2 - 32\sqrt{3}}{16} = \frac{b^2 - 98\sqrt{3}}{49}$

$\frac{a^2}{16} - 2\sqrt{3} = \frac{b^2}{49} - 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{a^2}{16} = \frac{b^2}{49}$

Luego:

$\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = k$

Además:

$b - a = 15$

$7k - 4k = 15$

$3k = 15 \Rightarrow k = 5$

$b = 7k = 7(5) = 35 \neq \overset{\circ}{3}$

II. V

$\frac{2}{P} = \frac{P}{U} = \frac{U}{R} = \frac{R}{E} = \frac{E}{2.3^5} = k$

$\Rightarrow \frac{2}{2.3^5} = k^5 \Rightarrow k = \frac{1}{3}$

Luego:

$\frac{2 + P + U + R + E}{\underbrace{P + U + R + E}_{x} + 486} = \frac{1}{3}$

$\frac{2+x}{x+486} = \frac{1}{3} \Rightarrow 6 + 3x = x + 486$

$2x = 480$

$x = 240$

$\Rightarrow P + E + R + U = 240$

III. V

$\frac{\text{sen}30°}{\tan 37°} = \frac{\cot 45°}{x}$

$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{1}{x}$

$x = \frac{3}{2}$

Clave E

24. a) V

$7(4a+b)=13(4b+a)$

$28a+7b=52b+13a$

$15a=45b \Rightarrow a=3b$

$\downarrow \quad \downarrow$

$3 \quad 1$

Luego:

$a^3-b^2=3^3-1^2=26$

b) V

$$\frac{\sqrt{13}-3}{x}=\frac{x}{\sqrt{13}+3}$$

$\Rightarrow x^2=(\sqrt{13}-3)(\sqrt{13}+3)=\sqrt{13}^2-3^2$

$x^2=13-9=4$

$\Rightarrow x=2$

c) F

$a+b=7k$ ...(1)

$a-b=3k$ ...(2)

$a\,.\,b=40k$ ...(3)

Sumando (1) y (2):

$2a=10k$

$\Rightarrow a=5k \wedge b=2k$

Reemplazando en (3):

$(5k)(2k)=40k$

$10k^2=40k \Rightarrow k=4$

Luego:

$a=20 \wedge b=8$

$\therefore$ MCM(a; b) = MCM(20; 8) = 40

Resolución de problemas

25. Sea x: la cantidad de agua que se agrega.

Del enunciado:

Vino 5k, Agua 8k } 260 L

Luego:

$13k=260$

$\Rightarrow k=20$

Se tiene:

Vino: 100 L

Agua: 160 L

$$\frac{160+x}{100}=\frac{7}{4}\cdot\frac{25}{25}=\frac{175}{100}$$

$160+x=175$

$\therefore x=15$ L

Clave A

26. $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=k$

$$\frac{dk^3}{dk^2}=\frac{dk^2}{dk}=\frac{dk}{d}$$

Del enunciado:

$3k=\frac{9}{2}$

$\Rightarrow k=\frac{3}{2}$

Además:

$a-d=57$

$d(k^3-1)=57$

$d\left(\frac{27}{8}-1\right)=57$

$\Rightarrow d=24$

Piden: c

$\therefore c=dk=24\,.\,\frac{3}{2}=36$

Clave C

27. n.° extranjeros: $2\,.\,15x$ — n.° peruanos: $7\,.\,15x$

Peruanos:

Homb.: $8\,.\,7x$

Mujer: $4\,.\,7x$ $\Rightarrow$ } $15.7x=7(15x)$

Niños: $3\,.\,7x$

$$\frac{\text{n.° extranjeros}}{\text{n.° M}-\text{n.°N}}=\frac{30x}{28x-21x}=\frac{30x}{7x}=\frac{30}{7}$$

Clave D

28. Sea la proporción geométrica:

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow ad=bc$

Además: $\frac{a}{b}=\frac{3}{7}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{3}{7}$

$abcd=1225a^2$

$(ad)(bc)=1225a^2$

$(ad)^2=(35a)^2$

$ad=35a$

$d=35$

$\Rightarrow c=35\left(\frac{3}{7}\right)=15$

Piden:

$\frac{c+d}{2}=\frac{15+35}{2}=25$

Clave B

29. $$\frac{\sqrt{a^2+49}}{7}=\frac{\sqrt{b^2+64}}{8}=\frac{\sqrt{c^2+144}}{12}=k$$

$$\underbrace{\frac{a^2+49}{49}}_{I}=\underbrace{\frac{b^2+64}{64}}_{II}=\underbrace{\frac{c^2+144}{144}}_{III}=k^2$$

Igualando (I) y (II): $8a=7b$

Igualando (II) y (III): $12b=8c$

$b=\frac{8}{12}c$

$a=\frac{7b}{8}\Rightarrow a=\frac{7}{12}c$

$c^2+a-b=3595$

$c^2+\frac{7}{12}c-\frac{8}{12}c=3595$

$c^2-\frac{c}{12}=3595$

$12c^2-c=12\,.\,3595$

$\Rightarrow c=60$

$\Rightarrow b=40 \wedge a=35$

$\Rightarrow a\,.\,b\,.\,c=84\,000$

$\therefore 8+4+0+0+0=12$

Clave C

30. $\frac{a}{A}=\frac{b}{B}=\frac{c}{C}=\frac{3}{2}$

Se cumple:

$$\frac{\text{suma de antecedentes}}{\text{suma de consecuentes}}=k$$

$$\frac{a+b+c+3\times11}{A+B+C+2\times11}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2+5\times3^2}{A^2+B^2+C^2+5\times2^2}=\frac{3^2}{2^2}\quad(+)$$

$$\frac{a^3+b^3+c^3+5\times3^3}{A^3+B^3+C^3+5\times2^3}=\frac{3^3}{2^3}$$

$E=\frac{3}{2}+\frac{3^2}{2^2}+\frac{3^3}{2^3}$

$E=\frac{57}{8}$

Clave D

APLIQUEMOS LO APRENDIDO (página 43) Unidad 2

1. $M=\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{5}{4}\right)...\left(\frac{47}{46}\right)\left(\frac{48}{47}\right)$

$M=\frac{48}{2}\Rightarrow M=24$

Clave D

2. Sea el número: x

Del enunciado:

$\frac{2+x}{15}=\frac{4}{5}\Rightarrow 2+x=12$

$\Rightarrow x=10$

Clave C

3. Sea x el contenido inicial del recipiente.

	Se saca	Queda
1.ª operación:	$\frac{2}{3}x-40$	$\frac{1}{3}x+40$
2.ª operación:	$\frac{2}{5}\left(\frac{x}{3}+40\right)$	$\frac{3}{5}\left(\frac{x}{3}+40\right)$

Luego:

$\frac{3}{5}\left(\frac{x}{3}+40\right)=42\Rightarrow \frac{x}{3}+40=70$

$\frac{x}{3}=30$

$\therefore x=90$ L

Clave B

4. Sea x el número que se agrega.

Del enunciado: $\frac{1}{1000}=1-\frac{4+x}{9+x}$

$\frac{1}{1000}=\frac{9+x-4-x}{9+x}$

$9+x=1000(5)$

$x=5000-9$

$\therefore\ x=4991$

Clave A

5. Del enunciado:

$\frac{0,1}{0,4+x}=\frac{1}{6}$

$0,1\ .\ 6=1(0,4+x)$

$0,6=0,4+x$

$\therefore\ x=0,2\ m^3$

Clave A

6. Del enunciado:

$\frac{11+m}{7+n}=\frac{7}{11}$

$11(11+m)=7(7+n)$

$121+11m=49+7n$

$72=7n-11m$

$\downarrow\quad\downarrow$

$37\quad 17$ (m y n son PESÍ)

$\therefore m+n=54$

Clave C

7.

	Gastó	Queda
1.er día:	$\frac{x}{5}$	$\frac{4x}{5}$
2.° día:	$\frac{1}{8}\left(\frac{4x}{5}\right)=\frac{x}{10}$	$\frac{7}{8}\left(\frac{4x}{5}\right)=\frac{7x}{10}$
3.er día:	$\frac{5}{3}\left(\frac{x}{5}\right)=\frac{x}{3}$	$\frac{7x}{10}-\frac{x}{3}=\frac{11}{30}x$
4.° día:	$2\left(\frac{x}{10}\right)$	$\frac{11}{30}x-\frac{x}{5}$

Del enunciado: $\frac{11}{30}x-\frac{x}{5}=1500$

$\frac{55x-30x}{150}=1500$

$\frac{25}{150}x=1500$

$\therefore x=$ S/.9000

Clave E

8. $\frac{37a+3b}{3(37)}=\frac{711}{999}$

$\frac{37a+3b}{111}=\frac{711}{999}$

$37a+3b=\frac{711}{999}\ .\ 111=79\Rightarrow 37a+3b=79$

$\downarrow\quad\downarrow$

$1\quad 14$

$\therefore b-a=13$

Clave B

9. Del enunciado:

$\frac{17}{\overline{xy}}>1\Rightarrow 17>\overline{xy}$ ...(1)

Además:

$\overline{xy}\neq\overset{\circ}{3}$ ...(2)

De (1) y (2), tenemos:

$\overline{xy}\in\{10;11;13;14;16\}$

Por lo tanto, existen 5 fracciones impropias.

Clave E

10. $\frac{2}{13}<\frac{a}{b}<\frac{41}{52}$

$r=\frac{41}{52}-\frac{a}{b}$ ...(1)

$2r=\frac{a}{b}-\frac{2}{13}$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

$2\left(\frac{41}{52}-\frac{a}{b}\right)=\frac{a}{b}-\frac{2}{13}$

$\frac{41}{26}+\frac{2}{13}=\frac{a}{b}+\frac{2a}{b}$

$\frac{45}{26}=\frac{3a}{b}$

$\therefore\ \frac{a}{b}=\frac{15}{26}$

Clave C

11. $\frac{a^2+b^2}{99}=\frac{\overline{(a-2)(b+2)}}{99}$

$a^2+b^2=10(a-2)+b+2$

$a^2+b^2=10a+b-18$

$\downarrow\quad\downarrow$

$4\quad 3$

$\therefore a+b=7$

Clave C

12. $N=0,\overline{abc}_{(6)}=0,\overline{cb(a-1)}_{(9)}$ ...(1)

$\frac{\overline{abc}_{(6)}}{1000_{(6)}}=\frac{\overline{cb(a-1)}_{(9)}}{1000_{(9)}}$

$\Rightarrow\ \frac{36a+6b+c}{216}=\frac{81c+9b+a-1}{729}$

Efectuando:

$972a+162b+27c=648c+72b+8a-8$

$964a+90b+8=621c$

$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$

$1\quad 3\quad 2$

Reemplazando los valores en (1):

$N=0,132_{(6)}=\frac{132_{(6)}}{1000_{(6)}}=\frac{56}{216}<>\frac{7}{27}=0,\widehat{259}$

$\therefore\ N=0,\widehat{259}$

Clave D

13. Del problema:

$\frac{14}{17}+\frac{54}{\overline{mn}}=c\in\mathbb{Z}$ y además $\frac{54}{\overline{mn}}$ es una fracción irreductible, entonces por propiedad:

$\overline{mn}=17\Rightarrow m=1\wedge n=7$

Luego:

$\frac{14}{17}+\frac{54}{17}=c\Rightarrow c=\frac{14+54}{17}=\frac{68}{17}=4$

$\therefore m+n+c=1+7+4=12$

Clave D

14. $\frac{\overline{c(a-7)a}}{\overline{ca(a-2)}}=0,\widehat{\overline{abca}}=\frac{\overline{abca}-\overline{ab}}{9900}$ ...(1)

De (1) se tiene:

$a\in\{7;8;9\}$ → Como la fracción es irreductible, $a\neq 8$

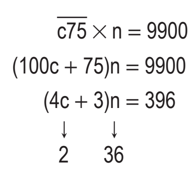
Luego:

$\frac{\overline{c(a-7)a}.n}{\overline{ca(a-2)}.n}=\frac{\overline{abca}-\overline{ab}}{9900};\ n\in\mathbb{N}$ ...(2)

En el denominador:

$\overline{ca\,(a-2)}\ .\ n=9900$ ...(3)

Si $a=9$, entonces $\exists\ n\in\mathbb{N}$ en (3) $\Rightarrow a=7$



$\overline{c75} \times n = 9900$

$(100c + 75)n = 9900$

$(4c + 3)n = 396$

$\downarrow \quad \downarrow$

$2 \quad 36$

Reemplazando:

a = 7; c = 2 y n = 36 en el numerador en (2):

$207 \times 36 = \overline{7b27} - \overline{7b} \Rightarrow \begin{array}{r} \overline{7b27} - \\ \overline{7b} \\ \hline 7452 \end{array}$

$\Rightarrow b = 5$

$\therefore a + b + c = 7 + 5 + 2 = 14$

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 45) Unidad 2

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4. I. (F)

Si MCD (N; D) $\neq 1 \Rightarrow \exists \in \mathbb{Z}^+$, tal que:

$N = dk_1$

$D = dk_2$

$\Rightarrow \frac{N}{D} = \frac{dk_1}{dk_2} = \frac{k_1}{k_2}$, luego la fracción inicial es reductible.

II. (F)

$MCM\left(\frac{a}{b}; \frac{c}{d}\right) = \frac{MCM(a;c)}{MCD(b;d)}$

III. (F)

$0,\widehat{ab} = \frac{\overline{ab} - a}{90}$

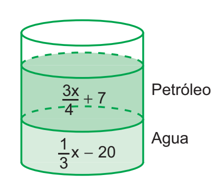
5. I. (F)
II. (F)
III. (V)

Es verdad solo III.

Clave E

Resolución de problemas

6.



Petróleo $= \frac{3x}{4} + 7$

Agua $= \frac{1}{3}x - 20$

$\left(\frac{3x}{4} + 7\right) + \left(\frac{1}{3}x - 20\right) = x$

$\frac{13x}{12} - 13 = x$

$\Rightarrow \frac{13x}{12} - x = 13$

$\therefore x = 156$ L

Petroleo $= \frac{3}{4}(156) + 7 = 124$

Clave A

7. $\frac{N}{D} \rightarrow$ Irreductible

$\Rightarrow$ N y D son PESÍ.

$\frac{N + 5}{D + 9} = \frac{N}{D}$

$DN + 5D = DN = 9N$

$5D = 9N$

$\downarrow \quad \downarrow$

$9 \quad 5$

$\therefore N + D = 14$

Clave A

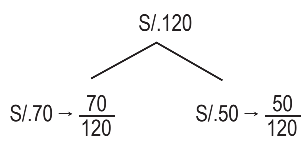
8. Debe: S/.120

Piensa dar: $\frac{7}{15}$ de lo que debe.

Pero da: $\frac{7}{15} \times \frac{3}{4}$ de lo que debe.

Lo que da: $\frac{21}{60} \times 120 =$ S/.42

$\Rightarrow$ S/.42 + S/.8 = S/.50



$\therefore$ Le falta: $\frac{7}{12}$

Clave D

9. $\frac{24}{n} \Rightarrow 24 < n$ (fracción propia)

24 y n son PESÍ.

$\frac{24}{n} > \frac{3}{5}$

$\Rightarrow n < 40$

Uniendo: $24 < n < 40$

$n \in \{25; 29; 31; 35; 37\}$

$\therefore$ n toma 5 valores.

Clave D

10. $\frac{N}{D}$ es irreductible; N y D son PESÍ.

$\frac{N + 7}{D + 5} = \frac{N}{D}$

$ND + 7D = ND + 5N$

$7D = 5N$

$\downarrow \quad \downarrow$

$5 \quad 7$

$\frac{N}{D} = \frac{7}{5}$

Clave D

Nivel 2 (página 46) Unidad 2

Comunicación matemática

11. a) Como $\overline{m14} < \overline{m52} \Rightarrow \frac{\overline{m14}}{\overline{m52}} < 1$

b) $MCD\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{9}; \frac{7}{5}\right) = \frac{MCD(3;5;7)}{MCM(2;9;5)} = \frac{1}{90} > \frac{1}{91}$

c) $0,43_{(6)} = \frac{43_{(6)}}{100_{(6)}} = \frac{27}{36}$

$0,\widehat{43}_{(6)} = \frac{43_{(6)}}{55_{(6)}} = \frac{27}{35} > \frac{27}{36} \Rightarrow$

$0,43_{(6)} < 0,\widehat{43}_{(6)}$

d) $\frac{113_{(6)}}{55_{(6)}} = \frac{45}{35} = \frac{9}{7} \Rightarrow \frac{113_{(6)}}{55_{(6)}} = \frac{9}{7}$

12. $\frac{1}{7} + 4d = \frac{23}{7} \Rightarrow 4d = \frac{22}{7}$

$d = \frac{22}{28} = \frac{11}{14}$

Luego:

$\frac{\square}{\square} = \frac{1}{7} + 3d = \frac{1}{7} + 3\left(\frac{11}{14}\right) = \frac{1}{7} + \frac{33}{14}$

$\frac{\square}{\square} = \frac{35}{14} = \frac{5}{2}$

Los números que van en los recuadros vacíos son 5 y 2.

Razonamiento y demostración

13. I. (V)

Por propiedad: $b = d \Rightarrow \frac{b + d}{d} = \frac{2d}{d} = 2 \in \mathbb{Z}$

II. (V)

$MCM\left(\frac{3}{\overline{a1}}; \frac{5}{\overline{a3}}; \frac{7}{\overline{a2}}\right) = \frac{MCM(3;5;7)}{MCD(\overline{a1};\overline{a3};\overline{a2})} = \frac{105}{1}$

III. (V)

$0,\widehat{231}_{(5)} = \frac{231_{(5)} - 23_{(5)}}{400_{(5)}} = \frac{53}{100} = 0,53$

14. I. (V)

$\frac{3}{17} + \frac{a}{mn} = k \Rightarrow \overline{mn} = 17$

$\Rightarrow m = 1 \wedge n = 7$

$\Rightarrow m + n = 8$

$\therefore m + n = \overset{\circ}{2}$

II. (V)

$$MCD\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)=\frac{MCD(a;c)}{MCM(b;d)} \quad ...(1)$$

$$MCM\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)=\frac{MCM(a;c)}{MCD(b;d)} \quad ...(2)$$

Multiplicando (1) y (2); y teniendo en cuenta que: x . y = MCD(x; y) MCM(x; y), tenemos:

$$MCD\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)MCM\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)$$

$$=\frac{MCD(a;c)MCM(a;c)}{MCM(b;d)MCD(b;d)}$$

$$\Rightarrow MCD\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)MCM\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)=\frac{a.c}{b.d}$$

III. (F)

Si $a = 4$, $b = 1$; $c = 2 \wedge n = 3$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{2}{3^3}=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{2}{3^3}$$

$$=1_{(3)}+0,112_{(3)}=1,112_{(3)}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{2}{3^3}=1,112_{(3)}\neq 0,412_{(3)}$$

∴ Son verdaderas I y II.

Clave E

Resolución de problemas

15. El padre tiene x soles.

	Da	Queda
1.°	$\frac{x}{3}+500$	$x-\left(\frac{x}{3}+500\right)=\frac{2x}{3}-500$
2.°	$\frac{1}{4}\times\left(\frac{2x}{3}-500\right)+125=\frac{x}{6}$	$x-\left(\frac{x}{3}+500+\frac{x}{6}\right)=\frac{x}{2}-500$
3.°	$\frac{3}{5}\times\left(\frac{x}{2}-500\right)+800=\frac{3x}{10}+500$	S/.2000

Entonces:

$$\frac{x}{3}+500+\frac{x}{6}+\frac{3x}{10}+500+2000=x$$

$$3000+\frac{4x}{5}=x$$

$$\Rightarrow 3000=x-\frac{4x}{5}$$

$$x=5\ .\ 3000$$

$$\therefore\ x = S/.15\,000$$

Clave B

16. $\frac{a}{5}+\frac{b}{11}=0,7\widehat{81}$

$$\frac{11a+5b}{55}=\frac{781-7}{990}$$

$$11a+5b=43$$

$\downarrow\ \ \downarrow$
$3\ \ \ 2$

$\therefore a=3 \wedge b=2$

Clave B

17. $0,\hat{3}<\frac{x}{22}<0,\hat{8}$

$$\frac{3}{9}<\frac{x}{22}<\frac{8}{9}$$

$$\frac{22}{3}<x<\frac{176}{9}$$

$7,33... < x < 19,55...$

$\Rightarrow x \in \{8; 9; 10; 11; ...; 19\}$

∴ x toma 12 valores.

Clave B

18. $\frac{a}{4}+\frac{b}{9}=6,02\hat{7}$

$$\frac{9a+4b}{36}=\frac{6027-602}{900}=\frac{5425}{900}$$

$$\frac{9a+4b}{36}=\frac{217}{36}$$

$9a + 4b = 217$

a	b
1	52
5	43
9	34
13	25
17	16
21	7

∴ 6 pares de números.

Clave D

19. $\frac{x}{22}=0,a\widehat{a7}$

$$\frac{x}{22}=\frac{\overline{aa7}-a}{990}$$

$45x=\overline{aa7}-a=110a+7-a$

$45x = 109a + 7$

$\downarrow\ \ \ \ \ \downarrow$
$5\ \ \ \ \ \ 2$

$\therefore x + a = 7$

Clave B

20. $0,\widehat{mn}+0,\widehat{nm}=1,\hat{4}$

$$\frac{\overline{mn}}{99}+\frac{\overline{nm}}{99}=\frac{14-1}{9}$$

$\overline{mn}+\overline{nm}=13\times 11=143$

$10m + n + 10n + m = 143$

$11m + 11n = 143$

$11(m + n) = 143$

$\therefore m + n = 13$

Clave A

Nivel 3 (página 46) Unidad 2

Comunicación matemática

21. Del gráfico tenemos:

$$MCM\left(\frac{1}{3};\frac{7}{6}\right)=\frac{MCM(1;7)}{MCD(3;6)}=\frac{7}{3}$$

Además:

$$0,\widehat{12}_{(3)}=\frac{12_{(3)}}{22_{(3)}}=\frac{5}{8}$$

Luego:

$$A=\frac{\left(\frac{5}{8}+\frac{7}{3}\right).48}{2}=\frac{71}{48}.48$$

$\Rightarrow A = 71\ u^2$

Clave E

22. $0,25=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$

$$0,\hat{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

$$0,3\hat{2}=\frac{32-3}{90}=\frac{29}{90}$$

$$0,02\hat{1}=\frac{21-2}{900}=\frac{19}{900}$$

$$0,21_{(4)}=\frac{21_{(4)}}{100_{(4)}}=\frac{9}{16}$$

$$0,2\hat{3}_{(4)}=\frac{23_{(4)}-2_{(4)}}{30_{(4)}}=\frac{21_{(4)}}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$$

$$0,\widehat{23}_{(4)}=\frac{23_{(4)}}{33_{(4)}}=\frac{11}{15}$$

$$0,23_{(4)}=\frac{23_{(4)}}{100_{(4)}}=\frac{11}{16}$$

La palabra encontrada es AREQUIPA.

Razonamiento y demostración

23. I. (V)

$0,\overline{5mn}_{(a)}=0,\overline{6b6b}..._{(7)}$

$\Rightarrow 5 < a < 7$
$\rightarrow a = 6$

II. (F)

Si $a = 3 \wedge b = 2$, sea $m \in \mathbb{Z}^+$

$$\frac{3+m}{2+m}>\frac{3}{2}\Rightarrow 6+2m>6+3m$$

$0 > m \notin \mathbb{Z}^+$

III. (V)

$$\frac{13}{\overline{mn}}+\frac{\overline{pq}}{17}=m+q$$

$\Rightarrow \overline{mn}=17$

$m = 1 \wedge n = 7$

$13+\overline{pq}=17(1+q)$

$13 + 10p + q = 17 + 17q$

$10p = 4 + 16q$

$5p = 2 + 8q$

$\downarrow\ \ \ \ \ \downarrow$
$2\ \ \ \ \ \ 1$

$\Rightarrow m + n + p = 1 + 7 + 2 = 10$

24. $\frac{a}{b} < 1 \Rightarrow a < b$

$am < bm,\ m \in \mathbb{Z}^+$

$am + ab < bm + ab$

$a(m + b) < b(a + m)$

$\therefore\ \frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$

Resolución de problemas

25. $0,\widehat{nm5} = \frac{\overline{nm5}}{999} = \frac{a}{b}$

$\frac{\overline{nm5}}{999} = \frac{\overline{nm5}}{3^3.37}$

Del enunciado se sigue:
$b < 32$

Luego:

$\overline{nm5}$ tiene que ser necesariamente $\overset{\circ}{37}$.

$\Rightarrow \overline{nm5} = 37k$

↓↓ ↓

1 8 5 5

Luego:

$\frac{\overline{nm5}}{999} = \frac{185}{999} = \frac{5}{27}$ } verifican la condición del problema

$\therefore n + m = 9$

Clave B

26. $\frac{N}{125} = \overline{0,a(a+1)(a+2)}$

$\frac{N}{125} = \frac{\overline{a(a+1)(a+2)}}{1000}$

$8N = \overline{a(a+1)(a+2)}$ ...(I)

$\overset{\circ}{8} = \overline{a(a+1)(a+2)}$

$\overset{\circ}{8} = 100a + 10a + 10 + a + 2 = 111a + 12$

$\overset{\circ}{8} = (\overset{\circ}{8} - 1)a + \overset{\circ}{8} + 4$

$\overset{\circ}{8} = \overset{\circ}{8} + 4 - a \Rightarrow \overset{\circ}{8} = 4 - a$

$\Rightarrow a = 4$

Reemplazando en (I):

$8N = 456 \Rightarrow N = 57$

$\therefore\ a + N = 61$

Clave B

27. $\frac{64a + 16b + 4c + d}{256} = \frac{127}{256}$

$64a + 16b + 4c + d = 127$

↓

1

$64 + 16b + 4c + d = 127$

$16b + 4c + d = 63$

↓ ↓ ↓

3 3 3

$\therefore\ a + b + c + d = 10$

Clave C

28. Del problema:

$\frac{1}{A+T} = 0,\hat{1} = \frac{1}{9} \Rightarrow A + T = 9$

$\frac{A}{T}$ es una fracción propia.

$\Rightarrow A < T$

A	T
1	8
2	7
3	6
4	5

Como A/T es un decimal periódico puro, tenemos: $T = 7 \Rightarrow A = 2$

Luego:

$\frac{2}{7} = 0,\widehat{ARITME}$

$\widehat{0,285714} = 0,\widehat{ARITME}$

$\Rightarrow R = 8;\ I = 5;\ M = 1$ y $E = 4$

$\therefore\ \overline{MARI} + \overline{TERE} = 1285 + 7484 = 8769$

Clave B

29. $\frac{\overline{mn}}{\overline{abc}} = \frac{\overline{defg}}{9999} = \frac{\overline{defg}}{9 \times 11 \times 101}$ ...(1)

Luego:

$\overline{abc} \in \{101;\ 303;\ 909\}$

Además, como: $\overline{abc} + \overline{mn} = 1000$

$\Rightarrow \overline{abc} = 909\ \wedge\ mn = 91$

Reemplazando en (1):

$\frac{91}{909} = \frac{\overline{defg}}{9 \times 11 \times 101}$

$1001 = \overline{defg} \Rightarrow d = 1;\ e = 0;\ f = 0\ \wedge\ g = 1$

$\therefore a + b + c + m + n + d + g = 9 + 0 + 9 + 9 + 1 + 1 + 1 = 30$

Clave A

30. Del problema:

$\frac{2}{x} = \frac{\overline{abcdef}}{999999}$ ...(1)

$\frac{5}{x} = \frac{\overline{defabc}}{999999}$ ...(2)

Restamos (1) de (2):

$\frac{3}{x} = \frac{999(\overline{def} - \overline{abc})}{999999}$

$\frac{3}{x} = \frac{999.429}{999999} = \frac{429}{1001} \Rightarrow x = 7$

Clave D

MARATÓN MATEMÁTICA (página 48)

1. $50 \leq x \leq 120$

$x = 36$

$x = 36\ .\ 2 = 72 \quad \Rightarrow x_1 = 72$

$x = 36\ .\ 3 = 108 \quad \Rightarrow x_2 = 108$

$\therefore\ x_1 + x_2 = 180$

Clave A

2. $\overline{13xy45z} = \overset{\circ}{792}$ ⟨ $\overset{\circ}{8}$, $\overset{\circ}{9}$, $\overset{\circ}{11}$

- $\overline{45z} = \overset{\circ}{8}$

  $450 + z = \overset{\circ}{8}$

  $\overset{\circ}{8} + 2 + z = \overset{\circ}{8}$

  $2 + z = \overset{\circ}{8} \Rightarrow z = 6$

- $\overline{13xy456} = \overset{\circ}{9}$

  $1 + 3 + x + y + 4 + 5 + 6 = \overset{\circ}{9}$

  $x + y + 1 = \overset{\circ}{9}$ ...(1)

- $\overline{1\,3\,x\,y\,4\,5\,6} = \overset{\circ}{11}$

  $+-+-+-+$

  $1 - 3 + x - y + 4 - 5 + 6 = \overset{\circ}{11}$

  $x - y + 3 = \overset{\circ}{11}$

  $x - y = \overset{\circ}{11} - 3$

  $x - y = \overset{\circ}{11} + 11 - 3$

  $x - y = \overset{\circ}{11} + 8$

  $\Rightarrow x - y = 8$

  $x = 8 + y$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$(8 + y) + y + 1 = \overset{\circ}{9} \quad (y < 2)$

$2y = \overset{\circ}{9}$

$y = \overset{\circ}{9} \Rightarrow y = 0\ \wedge\ x = 8$

$\therefore\ x + y - z = 8 + 0 - 6 = 2$

Clave C

3. $\overline{aba} = \overset{\circ}{33}$ ⟨ $\overset{\circ}{3}$, $\overset{\circ}{11}$

Como: $\overline{aba} = \overset{\circ}{3} \Rightarrow 2a + b = \overset{\circ}{3}$ ...(1)

Además:

$\overline{a\,b\,a} = \overset{\circ}{11}$

$+-+$

$\Rightarrow 2a - b = \overset{\circ}{11}$

a	b	
1	2	(no cumple (1))
2	4	(no cumple (1))
3	6	(sí cumple (1))
4	8	(no cumple (1))
6	1	(no cumple (1))
7	3	(no cumple (1))
8	5	(sí cumple (1))
9	7	(no cumple (1))

Por lo tanto:
Hay 2 valores que toma a.

Clave B

4. $N = 9 . 10^k = 3^2 . 2^k . 5^k$

$360 = 3^2 . 2^3 . 5$

$CD_{360} = (3)(4)(2) = 24$

$CD_N = (2 + 1)(k + 1)(k + 1) = 24 + 3$

$3(k + 1)^2 = 27$

$\Rightarrow k = 2$

$\therefore N = 9 . 10^K = 9 . 10^2 = 900$

Clave B

5. $N = 3^a . 7^b$

$SD_N = \dfrac{3^{a+1} - 1}{3 - 1} . \dfrac{7^{b+1} - 1}{7 - 1} = 104$

$\Rightarrow \underbrace{(3^{a+1} - 1)}_{26}\underbrace{(7^{b+1} - 1)}_{48} = 1248$

$\Rightarrow \quad a = 2 \quad \wedge \quad b = 1$

$\Rightarrow \quad N = 3^2 . 7 = 63$

$\therefore$ Suma de cifras de N = 6 + 3 = 9

Clave A

6. $M = 44\underbrace{000 \ldots 000}_{n \text{ ceros}}{}_{(6)}$

$M = 44_{(6)} . 1\underbrace{00 \ldots 00}_{n \text{ ceros}}{}_{(6)} = 28 . 6^n$

$M = 7 . 2^2 . 3^n . 2^n = 2^{2+n} . 3^n . 7$

$M = 4 . (2^n . 3^n . 7)$

$\Rightarrow SD_{\overset{\circ}{4}} = 4\left(\dfrac{2^{n+1} - 1}{1} . \dfrac{3^{n+1} - 1}{2} . \dfrac{7^2 - 1}{6}\right)$

Como: $SD_{\overset{\circ}{4}} = 19\,200$

$\Rightarrow \underbrace{(2^{n+1} - 1)}_{15}\underbrace{(3^{n+1} - 1)}_{80} = 1200$

$\Rightarrow n = 3$

Por lo tanto; M termina en 3 ceros.

Clave A

7. MCD(A; B) = 4k

MCD(C; D) = 6k

MCD(A; B; C; D) = 24 = d

d = MCD[MCD(A; B); MCD(C; D)]

24 = MCD(4k; 6k) = 2kMCD(2; 3)

24 = 2k $\quad \therefore$ k = 12

Clave D

8. Sean a y b los números.

Del enunciado:

a . b = 3402 ...(1)

MCD(a; b) = 9 ...(2)

De (2):

a = 9m $\wedge$ b = 9n (m y n son PESÍ)

Reemplazando en (1):

9m . 9n = 3402

m . n = 42

↓ ↓

1 42

2 21

3 14

6 7

Existen 4 pares de números que cumplen estas condiciones.

Clave C

9. $A = \underbrace{66 \ldots 66}_{8 \text{ cifras}}{}_{(7)} = 7^8 - 1$

$B = \underbrace{66 \ldots 66}_{12 \text{ cifras}}{}_{(7)} = 7^{12} - 1$

$7^8 - 1 = (7^4 + 1)(7^4 - 1)$

$7^{12} - 1 = (7^4 - 1)(7^8 + 7^4 + 1)$

$MCD(A; B) = 7^4 - 1 = 2400$

$\therefore 2 + 4 + 0 + 0 = 6$

Clave D

10. $\dfrac{24}{n} \Rightarrow 24 < n$ (fracción propia)

24 y n son PESÍ

$\dfrac{24}{n} > \dfrac{3}{5}$

$\Rightarrow n < 40$

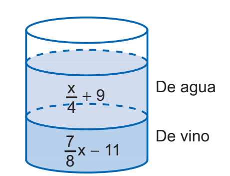
Uniendo: $24 < n < 40$

$n \in \{25; 29; 31; 35; 37\}$

$\therefore$ n toma 5 valores

Clave D

11.



$\dfrac{x}{4} + 9 + \dfrac{7x}{8} - 11 = x$

$\dfrac{2x}{8} + \dfrac{7x}{8} - 2 = x$

$\dfrac{9x}{8} - x = 2$

$\dfrac{x}{8} = 2$

$\therefore x = 16$ L

Clave E

12. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{4}$

a = 3k $\wedge$ b = 4k

Por dato:

3k . 4k = 48

$12k^2 = 48$

$k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$

a = 3(2) = 6

b = 4(2) = 8

$\therefore$ El número mayor: b = 8

Clave D

APLICAMOS LO APRENDIDO (página 51) Unidad 3

1. Del enunciado:

$$\frac{A}{\sqrt{B}}\cdot\sqrt[3]{C}=k\,(\text{cte})$$

Luego:

$$\frac{14.\sqrt[3]{64}}{\sqrt{64}}=\frac{x.\sqrt[3]{2.4}}{\sqrt{4}}$$

$$\frac{14.4}{8}=\frac{x.2}{2}\Rightarrow\frac{56}{8}=x$$

$\therefore\ x=7$

Clave A

2. A^3 IP B^3 $\Rightarrow A^3 . B^3 = k$ (cte)

$$2^3 . 3^3 = x^3 . 4^3$$
$$\sqrt[3]{2^3.3^3}=\sqrt[3]{x^3.4^3}$$
$$2 . 3 = x . 4$$
$$\therefore\ x=\frac{3}{2}$$

Clave A

3.

	Partes	DP
738	A	32 ⇒ 32k
	B	9 ⇒ 9k

Luego:
$32k + 9k = 738$
$41k = 738$
$k = 18$

Entonces:
$A = 32k = 576$
$B = 9k = 162$

$\therefore \sum$ cifras de B es: 9

Clave E

4.

	Partes	DP	
360	A	18 = 2 . 9	2 ⇒ 2k
	B	63 = 7 . 9	7 ⇒ 7k
	C	81 = 9. 9	9 ⇒ 9k

Luego:
$2k + 7k + 9k = 360$
$18k = 360$
$k = 20$

$\Rightarrow A = 2k = 40$
$B = 7k = 140$
$C = 9k = 180$

Piden: $C - A = 140$

Clave B

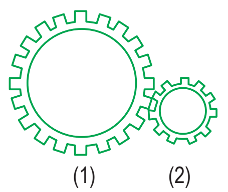
5. Partes IP <> DP <> DP

		IP	DP	DP		
1380	A	$\frac{1}{3}$	3	$3 . 4 = 12$	⇒	12k
	B	$\frac{1}{2}$	2	$2 . 4 = 8$	⇒	8k
	C	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}.4 = 3$	⇒	3k
						23k

Luego: $23k = 1380$
$k = 60$
Parte mayor: $12 \times 60 = 720$

Clave D

6.



n.° dientes 27 — n.° dientes 12

Se cumple:
(n.° d_1) (n.° V_1) = (n.° d_2)(n.° V_2)
$27 \times 836 = 12 \times$ n.° V_2

$\Rightarrow$ n.° V_2 = 1881 vueltas por minuto
$\therefore$ n.° vueltas por hora $= 1881 \times 60$
$= 112\,860$

Clave D

7.

$$\frac{P}{w^2}=k\ (\text{cte})$$

Dato: se divide en partes iguales.

$$\frac{w}{2}\ \wedge\ \frac{w}{2}$$

$$\frac{100\,000}{w^2}=\frac{P_1}{\left(\frac{w}{2}\right)^2}$$

$$\left(\frac{100\,000}{w^2}\right)\frac{w^2}{4}=P_1$$

$$25\,000 = P_1$$

$\Rightarrow$ Pérdida $= 100\,000 - 2P_1$

$\therefore$ Pérdida = \$ 50 000

Clave D

8.

$$\frac{P.V}{W}=\frac{P}{\frac{W}{V}}=\frac{P}{D}=k(\text{cte})$$

$$\frac{300}{1,5}=\frac{x}{\left(\frac{1600}{400}\right)}$$

$$\frac{300}{1,5}=\frac{x}{4}$$

$\therefore\ x =$ S/.800

Clave C

9.

	Partes	DP		
650	A	$\sqrt[3]{686}=7\sqrt[3]{2}$	⇒	7k
	B	$\sqrt[3]{1024}=8\sqrt[3]{2}$	⇒	8k
	C	$\sqrt[3]{2662}=11\sqrt[3]{2}$	⇒	11k

Luego:
$7k + 8k + 11k = 650$
$26k = 650$
$k = 25$

Entonces:
$A = 7k = 175$ (menor parte)
$B = 8k = 200$
$C = 11k = 275$

Clave B

10.

$$6141\begin{cases}1k\\2k\\4k\\8k\\\vdots\\2^nk\end{cases}$$

$1k + 2k + 2^2k + 2^3k + ... + 2^nk = 6141$
$k(1 + 2 + 2^2 + ... + 2^n) = 6141$
$\Rightarrow k(2^{n+1} - 1) = 6141$ ...(1)

Además:
$k . 2^n = 3072$ ...(2)

Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{2^{n+1}-1}{2^n}=\frac{6141}{3072}$$

Resolviendo:
$(2^n . 2 - 1)3072 = 6141 . 2^n$
$6144 . 2^n - 3072 = 6141 . 2^n$
$3 . 2^n = 3072$
$2^n = 1024 = 2^{10}$
$\therefore n = 10$

Clave C

11. Por dato:
$3a . c = 36$; $(a < c)$
$a . c = 12$ ...(1)

Analizando el tramo donde A IP B:
$b^2 = a . d = 3a . c = 36$ ...(2)
$6^2 = b^2 \Rightarrow b = 6$

Del gráfico se puede observar:
$b > c \Rightarrow 6 > c$

Luego en (1):
$a . c = 12$ $(a \in \mathbb{Z}^+, a < c) \wedge 6 > c$
$\downarrow\ \downarrow$
$3\ \ 4$
$\Rightarrow a = 3\ \wedge\ c = 4$

De (2): $6^2 = (3) . d \Rightarrow d = 12$

Analizando el tramo donde A DP B:

$$\frac{b}{m}=\frac{3a}{n}=\frac{a}{d}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

$\Rightarrow m = 24 \wedge n = 36$
$\therefore a + b + c + d + m + n = 85$

Clave A

12.

$$\frac{S/h}{\sqrt{h/d}\cdot P}=\text{cte}$$

- Cuando producen 800 calzados.
  $h/d = 3k \Rightarrow 3k + 5k = 24$
  $\Rightarrow k = 3\ \wedge\ h/d = 9$
- Cuando trabajan los 2/3 del día.
  $h/d = 2/3(24) \Rightarrow h/d = 16$

Luego:

$$\frac{30}{\sqrt{9}.800}=\frac{60}{\sqrt{16}.x}$$

$$\frac{3}{3.80}=\frac{60}{4.x}$$

$4x = 4800$
$\therefore\ x = 1200$

Clave E

13. Sea N la cantidad a repartir.

$$N\begin{cases} & \text{DP} & \\ A & 1 \Rightarrow & k \\ B & 2 \Rightarrow & 2k \\ C & 3 \Rightarrow & 3k \\ D & 4 \Rightarrow & 4k \end{cases}$$

$k + 2k + 3k + 4k = N$

$10k = N \Rightarrow k = \frac{N}{10}$

Luego:

$A = \frac{N}{10};\ B = \frac{N}{5};\ C = \frac{3N}{10}\ \text{ y }\ D = \frac{2N}{5}$

$$N\begin{cases} & \text{DP} & \\ A & 2 \Rightarrow & 2m \\ B & 3 \Rightarrow & 3m \\ C & 4 \Rightarrow & 4m \\ D & 6 \Rightarrow & 6m \end{cases}$$

$2m + 3m + 4m + 6m = N$

$15m = N \Rightarrow m = \frac{N}{15}$

Luego:

$A = \frac{2N}{15};\ B = \frac{N}{5};\ C = \frac{4N}{15}\ \text{ y }\ D = \frac{2N}{5}$

Una de las partes disminuye en 180.
Analizando, se deduce que se trata de C.

$\frac{3N}{10} - \frac{4N}{15} = 180$

$\frac{5N}{150} = 180 \Rightarrow N = 5400$

$\therefore D = \frac{2N}{5} = S/.2160$

Clave C

14.

$$\overline{b0}\begin{cases} & \text{DP} & \\ x - 2a & \Rightarrow & (x - 2a)k \\ x - a & \Rightarrow & (x - a)k \\ x & \Rightarrow & xk \\ x + a & \Rightarrow & (x + a)k \\ x + 2a & \Rightarrow & (x + 2a)k \end{cases}$$

$(x - 2a)k + (x - a)k + xk + (x + a)k + (x + 2a)k = \overline{b0}$

Resolviendo:

$5xk = \overline{b0}$
$5xk = 10b$
$xk = 2b \qquad ...(1)$

Además:
$(x + 2a)k - (x - 2a)k = b$
$4ak = b\ (b > 4) \qquad ...(2)$

De (1) y (2):
$xk = 2(4ak)$
$\Rightarrow x = 8a$

Luego:

$$\overline{b0}\begin{cases} & \text{IP} & \text{DP} \\ 7a & \frac{1}{7a}(63a) \Rightarrow & 9m \\ 9a & \frac{1}{9a}(63a) \Rightarrow & 7m \end{cases}$$

$\Rightarrow 9m + 7m = \overline{b0}$
$16m = \overline{b0} \Rightarrow m = 5 \wedge b = 8$

Reemplazando b = 8 en (2):
$\Rightarrow ak = 2$
Piden:
$(x - 2a)k + (x - a)k + xk = 3xk - 3ak$
$\therefore (x - 2a)k + (x - a)k + xk = 21ak = 42$

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 53) Unidad 3

Comunicación matemática

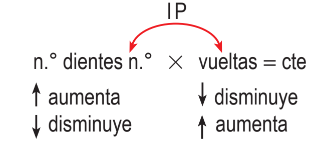
1. Del 1.^{er} gráfico:

$\frac{12}{4} = \frac{21}{x} \Rightarrow 12x = 84$
$x = 7$

Del 2.° gráfico:
$18 \cdot 2 = y \cdot 6$
$36 = 6y \Rightarrow y = 6$
$\therefore x + y = 7 + 6 = 13$

Clave B

2.

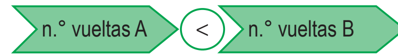


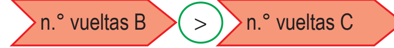
IP

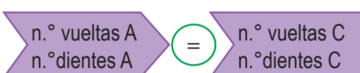
n.° dientes n.° × vueltas = cte

↑ aumenta ↓ disminuye

↓ disminuye ↑ aumenta







3. Si A es IP a B, entonces:
A . B = cte
Luego: 2 . 24 = 16 . a = 8 . b = 3c . c

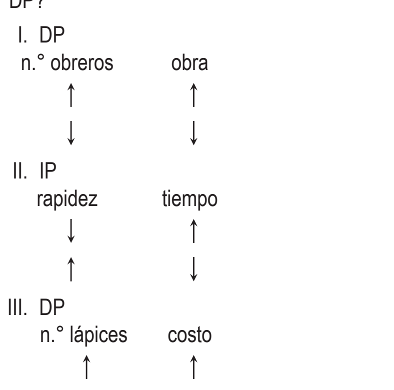
$\Rightarrow 48 = 16a \qquad 48 = 8b \qquad 48 = 3c^2$
$a = 3 \qquad b = 6 \qquad 16 = c^2$
$c = 4$

$\therefore a + b - c = 3 + 6 - 4 = 5$

Clave D

Razonamiento y demostración

4. De la relación entre magnitudes, ¿cuántas son DP?



I. DP
n.° obreros — obra
↑ ↑
↓ ↓

II. IP
rapidez — tiempo
↓ ↑
↑ ↓

III. DP
n.° lápices — costo
↑ ↑
↓ ↓

IV. IP
n.° obreros — n.° días
↑ ↓
↓ ↑

Clave C

5. I. V
II. V
Por propiedad:
Si A IP B $\Rightarrow A^2$ IP B^2
⇓
B^2 IP A^2
III. V
Por propiedad:
Si A DP B ⇒ B DP A

Clave B

Resolución de problemas

6. A . B = k

$24 \times 8 = A \cdot 16 \Rightarrow A = \frac{24 \times 8}{16}$
$A = 12$

Clave B

7. $\frac{A}{B^4} = k$

$\frac{A}{3^4} = \frac{48}{2^4} \Rightarrow A = \frac{48 \times 3^4}{2^4}$

$A = 243$

Clave E

8. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k$
$a + b + c = 120$
$2k + 3k + 5k = 120$
$10k = 120$
$k = 12$
La parte menor es: a = 2k = S/.24.

Clave B

9. DP

$$A\begin{cases} n \\ 2n \\ \left.\begin{matrix} 3n \\ 5n \end{matrix}\right\}160 \end{cases} \quad 8n = 160$$

↓ 20

$\therefore A = 11n = 220$

Clave B

10.

$$2800\begin{cases} \text{IP} <> & \text{DP} \\ \frac{1}{7} & 7n \\ \frac{1}{3} & 3n \\ \frac{1}{4} & 4n \end{cases}$$

$\Rightarrow 14n = 2800$
$n = 200$
$\therefore 3n = 600$

Clave A

Nivel 2 (página 53) Unidad 3

Comunicación matemática

11. a) A^3 IP $1/B^2 \iff A^3$ DP $1/(1/B^2)$
$\iff A^3$ DP B^2
$\iff A^6$ DP B^4

b) A^2 DP B $\iff$ A^4 DP B^2
c) A^3 IP B^5 $\iff$ B^5 IP A^3
d) 1/ A DP 1/B $\iff$ 1/(1/A) IP 1/(1/B)
$\iff$ A IP B

12. Del cuadro: B^y IP C^z cuando A es cte. (5)
Luego: $B^y . C^z$ = cte.
Entonces:
- $64^y . 18^z = 24^y . 128^z \Rightarrow 2^{6y} . 2^z . 3^{2z} = 3^y . 2^{3y} . 2^{7z}$
  $2^{3y-6z} = 3^{y-2z}$
  $\Rightarrow y - 2z = 0$
  $y = 2z$
- $64^y . 18^z = a^y . 8^z \Rightarrow 64^y . 18^z = a^y . 8^z$
  $(2^6)^{2z} . (2 . 3^2)^z = a^{2z} . (2^3)^z$
  $2^{12z} . 2^z . 3^{2z} = a^{2z} . 2^{3z}$
  $2^{10z} . 3^{2z} = a^{2z}$
  $2^5 . 3 = a \Rightarrow a = 96$

Clave E

Razonamiento y demostración

13. I. V
Si A DP B $\Rightarrow \dfrac{A}{B} = k \Rightarrow$ cte.
Luego:
$\dfrac{A+B}{B} = \dfrac{A}{B} + \dfrac{B}{B} = k + 1 \Rightarrow$ cte
Entonces: (A + B) DP B
II. F
III. F
En un MRU se cumple:
$d = v . t \Rightarrow d/t = v$
└→ cte.
Luego, tiempo es DP a la distancia.

Clave C

14. I. V
$f(x + y) = k(x + y) = kx + ky$
$f(x + y) = f(x) + f(y)$
II. V
$$g(x+y) = \frac{m}{x+y} = \frac{1}{\frac{x}{m} + \frac{y}{m}} = \frac{1}{\frac{1}{g(x)} + \frac{1}{g(y)}}$$
$$= \frac{1}{\frac{g(x)+g(y)}{g(x)g(y)}}$$
$$g(x+y) = \frac{g(x)g(y)}{g(x)+g(y)}$$
III. F
$$f(x^n)g(x^n) = kx^n . \left(\frac{m}{x^n}\right) = km$$
$$= kx\left(\frac{m}{x}\right)$$
$$f(x^n)g(x^n) = f(x)g(x)$$
IV. V
$f(1) = 4$
$k(1) = 4 \Rightarrow k = 4$

Luego:
$f(7) + f(13) = 7k + 13k = 20k$
↓
4
$f(7) + f(13) = 80$

Clave B

Resolución de problemas

15. DP DP
$$N\begin{cases} 2a \to 14k & n \to 9k \\ 3a \to 21k & 2n \to 18k \\ 4a \to 28k & 4n \to 36k \end{cases}$$
$\Rightarrow 9a = 7n$
$a = 7k,\ n = 9k$
$\wedge\ N = 63k$
Del enunciado:
$36k - 28k = 800;\ k = 100$
$\therefore\ N = 63k = 6300$

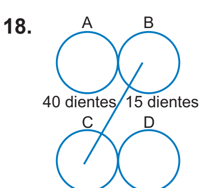
Clave B

16.
$$7200\sqrt{2}\ \text{DP}\begin{cases} 5\sqrt{2} \Rightarrow 5a \\ 7\sqrt{2} \Rightarrow 7a \\ 12\sqrt{2} \Rightarrow 12a \end{cases}$$
$24a = 7200\sqrt{2}$
$a = 300\sqrt{2}$
$\therefore\ 12a - 5a = 7a = 2100\sqrt{2}$

Clave B

17. Precio DP $(\text{Peso})^2$
Sea 7k el peso del diamante, se parte en dos pedazos, uno de 3k y otro de 4k.
$$\frac{294}{49k^2} = \frac{P_1}{9k^2} = \frac{P_2}{16k^2}\ \begin{cases} P_1 = 54 \\ P_2 = \underbrace{96}_{150} \end{cases}$$
$\therefore$ Pierde 294 – 150 = S/.144

Clave D

18.


n.° dientes IP n.° vueltas
En 3 minutos:
$n_C . 50 = 360 . 80$
$n_C = 576 = n_B$
Luego:
$n_A . 40 = 576 . 15$
$n_A = 216$ en 3 minutos.
x vueltas ——— 5 minutos
216 vueltas ——— 3 minutos
$\therefore\ x = 360$ vueltas

Clave B

19. (triángulo S de lado $4\sqrt{27}$ m; cuadrado S_1 de lado 5m)
$$S = (\sqrt[4]{27})^2\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9}{4}\ m^2$$
$S_1 = 5^2 = 25\ m^2$

$\frac{9}{4}\ m^2 \longrightarrow 18$ soles
$25\ m^2 \longrightarrow x$
$\therefore\ x = 200$ soles

Clave B

20. Comisión: $440
$10\,780a = 5390b = 4312c = M$
$\dfrac{10a}{20} = \dfrac{5b}{20} = \dfrac{4c}{20} = M$
$\left.\begin{array}{l} a = 2M \\ b = 4M \\ c = 5M \end{array}\right\}\ \begin{array}{l} 11M = 440 \\ M = 40 \end{array}$
$\Rightarrow 2M = 80$
$\sum$ cifras: 8 + 0 = 8

Clave A

Nivel 3 (página 54) Unidad 3

Comunicación matemática

21.

E	3	12	1	21	9
V	5	20	5	M	45
Y	2	2	18	50	N

$\left.\begin{array}{l} E\ \text{DP}\ V \\ E^2\ \text{IP}\ Y \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{E\sqrt{Y}}{V} = \text{cte}$

$\dfrac{21 . \sqrt{50}}{M} = \dfrac{1 . \sqrt{18}}{5}$

$\dfrac{21 . 5\sqrt{2}}{M} = \dfrac{1 . 3\sqrt{2}}{5}$

$M = 175$
Hallando N:
$\dfrac{9 . \sqrt{N}}{45} = \dfrac{1 . \sqrt{18}}{5}$
$N = 18$
$\Rightarrow M + N = 175 + 18 = 193$

Clave E

22. Del gráfico:
- $\dfrac{k}{7} = \dfrac{3k}{a} \Rightarrow a = 21$
- $3k . a = k . b$
  $3(21) = b \Rightarrow b = 63$
- $\dfrac{k}{b} = \dfrac{2k}{c} \Rightarrow c = 2b$
  $c = 2(63)$
  $c = 126$

Como:
$a + b + c + x = 215$
$21 + 63 + 126 + x = 215$
$210 + x = 215$
$\Rightarrow x = 5$
Luego:
$5a + b - 4x - c = 5(21) + 63 - 4(5) - 126$
$= 105 + 63 - 20 - 126$
$= 168 - 146 = 22$

Clave D

Razonamiento y demostración

23. I. F

$$A_{\odot} = \pi \, . \, R^2 \Rightarrow \frac{A_{\odot}}{R^2} = \pi \Rightarrow \text{cte.}$$

Área DP $(\text{radio})^2$

II. F

Si: A IP B $\Rightarrow$ A . B = k ... (1)

Si: B IP C $\Rightarrow$ B . C = m ... (2)

Dividiendo $(1 \div 2)$:

$\frac{A}{C} = \text{cte.} \Rightarrow$ A DP C

III. V

Si A DP B $\Rightarrow \frac{A}{B} = k \Rightarrow$ cte.

Luego:

$$\frac{A+B}{A-B} = \frac{BK+B}{BK-B} = \frac{K+1}{K-1} \Rightarrow \text{cte.}$$

Entonces:

(A + B) DP (A − B)

IV. V

- Si: D DP B, entonces:

  B DP D $\Rightarrow \frac{B}{D} = k \Rightarrow$ cte.
- D IP A $\Rightarrow$ AD = cte.
- D IP C $\Rightarrow$ DC = cte.

Luego:

$$(A+C)(B+D) = (A+C)(Dk+D) = (A+C)D(k+1) = \underbrace{(AD}_{\text{cte.}} + \underbrace{CD)}_{\text{cte.}}\underbrace{(k+1)}_{\text{cte.}}$$

Entonces:

(A + C) IP (B + D)

Clave C

24. I. V

Si (A + B) DP C $\Rightarrow \frac{A+B}{C} = k \Rightarrow$ cte.

Si D DP C $\Rightarrow \frac{D}{C} = m \Rightarrow$ cte.

Luego:

$$(A+B)\left(\frac{1}{D+C}\right) = \frac{Ck}{mC+C} = \frac{k}{m+1} \Rightarrow \text{cte.}$$

$\Rightarrow$ (A + B) IP (D + C)

II. V

Si A IP $B^2 \Rightarrow (A \, . \, B^2)^5 = (\text{cte.})^5$ ... (1)

B^5 IP $C^2 \Rightarrow (B^5 \, . \, C^2)^2 = (\text{cte.})^2$ ... (2)

De (1) y (2):

$$\frac{A^5B^{10}}{B^{10}C^4} = \text{cte.} \Rightarrow \frac{A^5}{C^4} = \text{cte.}$$

A^5 DP C^4

III. F

Si A DP B $\Rightarrow$ A = Bk:

Si A DP C $\Rightarrow$ A = Cm:

$\Rightarrow$ Bk = Cm

Veamos:

$$\frac{A}{B.C} = \frac{Bk}{B\,C} = \frac{K}{C} \text{ (no es cte.)}$$

$\therefore$ A no es DP a BC.

Clave D

Resolución de problemas

25. M —18 m→ $C_M = 2000$

L —12 m→ $C_L = 3000$

G —9 m→ $C_G = 6000$

$$\frac{G_M}{18 \times 2000} = \frac{G_L}{12 \times 3000} = \frac{G_G}{9 \times 6000}$$

Simplificando:

$$\frac{G_M}{2} = \frac{G_L}{2} = \frac{G_G}{3} = k$$

$\Rightarrow 2k + 2k + 3k = 2100 \Rightarrow k = 300$

$\therefore 3k = 900$

Clave A

26.

N	k → 8a		3n → 9a		
	2k → 16a		6n → 18a		
	3k → 24a		8n → 24a		
	4k → 32a		11n → 33a		
	5k → 40a		12n → 36a		

N = 15k = 40n

$\Rightarrow$ 15k = 40n

3k = 8n

↓ ↓

8a 3a

$\Rightarrow 40a - 36a = 44 \Rightarrow a = 11$

$\therefore 36a = 396$

Clave A

27. Ciego + Cojo + Manco = 519

$$\frac{\text{Ciego}}{\text{Cojo}} = \frac{9 \times 8}{7 \times 8} = \frac{72k}{56k}$$

$$\frac{\text{Ciego}}{\text{Manco}} = \frac{8 \times 9}{5 \times 9} = \frac{72k}{45k}$$

72M + 56M + 45M = 519

173M = 519 $\Rightarrow$ M = 3

Ciego: $72 \times 3 = 216$

Clave B

28. Sea N el peso del objeto:

x | y

Sabemos:

Peso DP distancia

Luego:

1369.x = Ny ... (1)

Nx = 1296y ... (2)

Multilplicando (1) y (2):

$1369x^2.N = 1296y^2.N$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{1296}{1369}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{36}{37} \quad ... (3)$$

Reemplazando (3) en (1):

$$1369 \, . \, \frac{x}{y} = N \Rightarrow 1369\left(\frac{36}{37}\right) = N$$

$\therefore$ N = 1332 g

Clave C

29. $\overline{abc}$ $\begin{cases} A \\ B \\ C \end{cases}$

$$\frac{A}{2^{m1}} = \frac{B}{2^{m3}} = \frac{C}{2^{m4}}$$

$$\frac{A}{2^{10m}.2^1} = \frac{B}{2^{10m}.2^3} = \frac{C}{2^{10m}.2^4}$$

Luego:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{8} = \frac{C}{16}$$

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{8} = \frac{A+B+C}{1+4+8}$$

Menor

$$\frac{\overline{bc}}{1} = \frac{\overline{abc}}{13}$$

$13\overline{bc} = 100a + \overline{bc}$

$12\overline{bc} = 100a$

$3\overline{bc} = 25a$

$\Rightarrow a = 3, b = 2 \wedge c=5$

$\therefore a + b + c = 3 + 2 + 5 = 10$

Clave A

30. Del enunciado:

$$\frac{\text{Precio}}{\text{Peso}^2} = \text{cte.}$$

Luego

$$\frac{30\,240}{(10\sqrt{8}\,w)^2} = \frac{P_1}{(w\sqrt{50} \times 1)^2} = \frac{P_2}{(w\sqrt{49} \times 2)^2} = ... = \frac{P_n}{(w\sqrt{(51-n)n})^2}$$

$$\frac{30\,240}{800w^2} = \frac{30\,240 - 3402}{w^2(50 \times 1 + 49 \times 2 + ... + (51-n)n)}$$

$$\frac{378}{10} = \frac{26\,838}{\frac{n(n+1)(51)}{2} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n+1)(76-n)}{3} = 710$$

$n(n + 1)(76 - n) = 5 \times 6 \times 71$

$\therefore$ n = 5

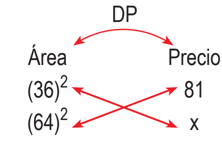
Clave B

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 58) Unidad 3

Comunicación matemática

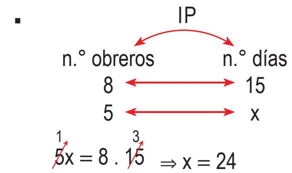
1. Las magnitudes precio y área son DP



$x = \dfrac{64^2 . 81}{36^2}$ $\quad \therefore\ x = 256$

Clave E

2. Del gráfico:

- 

  $\overset{1}{\cancel{5}}x = 8 . \overset{3}{\cancel{15}} \Rightarrow x = 24$

- Análogamente:

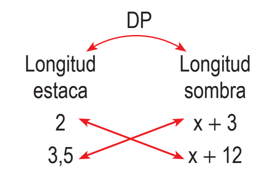
  8 ⟷ 15
  y ⟷ 20

  $8.\overset{3}{\cancel{15}} = y . \overset{4}{\cancel{20}} \Rightarrow y = 6$

  Nos piden: $x + y = 24 + 6 = 30$

Clave E

3. Sabemos que la longitud de la sombra es DP a la longitud de la estaca, luego:



Entonces:

$2(x + 12) = 3,5(x + 3)$

$2x + 24 = 3,5x + 10,5$

$13,5 = 1,5x \quad \Rightarrow x = 9$ m

Clave A

Razonamiento y demostración

4. Analizando las informaciones brindadas.

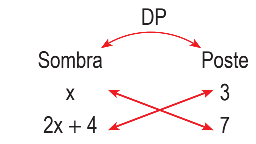
Con la información I:

Sombra	Poste	
x m	3 m	... (1)

Con la información II:

Sombra	Poste	
2x + 4	7 m	... (2)

El tamaño del poste y la longitud de la sombra son DP.
De (1) y (2):



Luego:

$7x = 3(2x + 4)$

$7x = 6x + 12 \quad \Rightarrow\ x = 12$

Por lo tanto, es necesario utilizar ambas informaciones.

Clave C

5.

Resolución de problemas

6. $\dfrac{12}{11\,520} = \dfrac{17}{x}$

$x = 16\,320$

$\therefore$ Podrán colocar 16 320 ladrillos.

Clave B

7.

IP

n.° hombres		n.° días
3	⟷	12
3 + x	⟷	4

$3 . 12 = 4(3 + x)$

$9 = 3 + x \ \Rightarrow\ x = 6$

Clave E

8. $\dfrac{12}{18^2} = \dfrac{x}{27^2}$

$\therefore\ x = 27$ días

Clave D

9. Sea x el n.° h/d que trabajó el albañil.

$15 . x = 20(x - 3)$

$15x = 20x - 60$

$60 = 5x \Rightarrow x = 12$

Piden:

$x - 3 = 12 - 3 = 9$

Clave C

10.

7 días	11 días	
x h/d	(x – 4) h/d	IP

$7x = 11(x - 4)$

$\Rightarrow x = 11$

Piden:

$x - 4 = 11 - 4 = 7$ h/d

Clave B

Nivel 2 (página 58) Unidad 3

Comunicación matemática

11. Longitud trayectoria 1: 32 km

Longitud trayectoria 2: 24 km

Luego:

n.° días	h/d	Obra
10	4	32
x	6	24

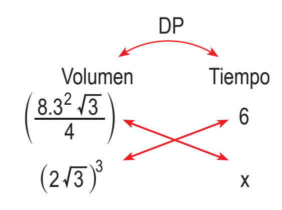
Entonces:

$10 . \overset{1}{\cancel{4}} . \overset{1}{\cancel{24}} = x . \overset{2}{\cancel{6}} . \overset{1}{\cancel{32}}$

$10 = 2x \ \Rightarrow\ x = 5$ días

Clave B

12.



$$x = \frac{6.(2^3.3\sqrt{3})}{18\sqrt{3}} \Rightarrow x = 8 \text{ horas}$$

Razonamiento y demostración

13. Analizando las informaciones brindadas.

Con la información I:

n.° monos	n.° minutos	n.° plátanos
9	3	x
6	4	8

Luego:

$9 . 3 . 8 = 6. 4 . x \Rightarrow x = 9$

Con la información II:

n.° monos	n.° minutos	n.° plátanos
9	3	x
3	3	3

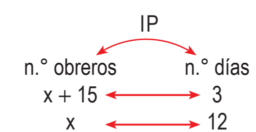
Luego:

$9 . 3 . 3 = 3 . 3 . x \Rightarrow x = 9$

Por lo tanto, cada una de las afirmaciones por separado es suficiente.

Clave D

14. Del enunciado:



Luego:

$(x + 15) . \overset{1}{\not 3} = x . \overset{4}{\not 12}$

$x + 15 = 4x$

$15 = 3x \Rightarrow x = 5$

I. V

n.° obreros	n.° días
20	3
4	x

Luego: $20 . 3 = 4 . x$

$\Rightarrow x = 15$ días

II. F

n.° obreros	n.° días	Dificultad
20	3	1
3	y	2

$20 . 3 . 2 = 3 . y . 1$

$\Rightarrow y = 40$ días

III. F

n.° obreros	Eficiencia	n.° días	Obra
20	1	3	1
10	2	z	1

$20 . 1 . 3 . 1 = 10 . 2 . z . 1$

$60 = 20z \Rightarrow z = 3$ días

Clave E

Resolución de problemas

15. $\frac{5}{\pi(2)^2} = \frac{x}{\pi(8)^2}$

$x = 80$

Lo comerá en 80 horas.

Clave B

16.

Personas	Días	Vol.
75	20	$\pi.8^2.12$
50	60	$\pi.x^2.6$

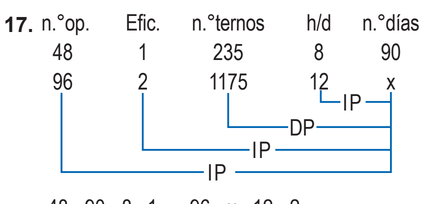
Luego:

$$\frac{75.20}{\pi.8^2.12} = \frac{60.50}{\pi.x^2.6}$$

$\therefore x = 16$ m

Clave C

17.



$$\frac{48 . 90 . 8 . 1}{235} = \frac{96 . x . 12 . 2}{1175}$$

$x = 15 . 5 \Rightarrow x = 75$

Clave A

18. $\frac{(\text{n.° cocinas})(\text{n.° días})}{\text{n.° galones}} = k$

Luego:

$\frac{5.5}{5} = \frac{1.5}{x}$

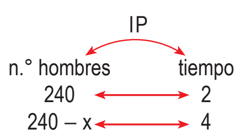
$\therefore x = 1$

Clave B

19. Sea:

x: n.° hombres que se quedan en América.

Del enunciado, tenemos:



Luego:

$240 . 2 = (240 - x) . 4$

$120 = 240 - x$

$x = 120$

Clave C

Nivel 3 (página 59) Unidad 3

Comunicación matemática

20. Del gráfico, se obtiene:

Área 1.ª obra = 52 m^2

Área 2.ª obra = 20 m^2

Luego:

n.° obreros	n.° días	Obra
13	8	52 m²
4	x	20 m²

$\overset{1}{\cancel{13}} \cdot 8 \cdot \overset{5}{\cancel{20}} = \overset{1}{\cancel{4}} \cdot x \cdot \overset{4}{\cancel{52}}$

$\Rightarrow x = 10$ días

Clave B

21. Del cuadro, analizando la 1.ª y 2.ª fila:

n.° obreros	n.° días	h/d	Eficiencia
18	24	8	60%
x	32	9	48%

$\overset{2}{\cancel{18}} \cdot \overset{1}{\cancel{24}} \cdot \overset{1}{\cancel{8}} \cdot 60\% = x \cdot \overset{4}{\cancel{32}} \cdot \overset{1}{\cancel{9}} \cdot \overset{2}{\cancel{48}}\%$

$120 = 8x$

$\Rightarrow x = 15$

Análogamente, resolviendo la 3.ª y 4.ª fila, se obtiene:

$y = 54 \ \wedge \ z = 6$

$\therefore \ x + y + z = 15 + 54 + 6 = 75$

Clave C

Razonamiento y demostración

22. Del enunciado:

IP

n.° ovejas	n.° días
5	$x^2 + 5x + 6$
6	$5(x + 3)$

Luego:

$5(x^2 + 5x + 6) = 6 \cdot 5 \cdot (x + 3)$

$x^2 + 5x + 6 = 6x + 18$

$x^2 - x - 12 = 0$

x ⟍⟋ −4

x ⟋⟍ 3

$\Rightarrow x = 4$

Además, de (I) y (II):

$0 < n < m < 3$

n → 1, m → 2

I. F

$\overline{mn}_{(3)} = 21_{(3)} = 7$

n.° ovejas	n.° días
5	42
$\overline{mn}_{(3)} = 7$	y

$\Rightarrow 5 \cdot 42 = 7 \cdot y$

$\therefore \ y = 30$ días

II. V

$\overline{nn}_{(m)} = 11_{(2)} = 3$

n.° ovejas	n.° días
5	42
$\overline{mn}_{(3)} = 3$	z

$\Rightarrow 5 \cdot 42 = 3 \cdot z$

$\therefore \ z = 70$ días

III. F

n.° ovejas	n.° días
5	42
$CA_{(65)} = 35$	w

$\Rightarrow 5 \cdot 42 = 35 \cdot w$

$\therefore \ w = 6$ días

23. Sean: Eficiencia de un hombre: A = 4C

Eficiencia de una mujer: B = 2C

Eficiencia de un niño: C

I. F

n.° personas	n.° h/d	n.° días	obra
7(4C)	8	21	1
3(4C)	6		
2(2C)	5	x	1
3(C)	2		

Luego.

$7(4C) \cdot 8 \cdot 21 \cdot 1 = (3(4C)6 + 2(2C)5 + 3(C)2)x \cdot 1$

$4704\cancel{C} = 98\cancel{C} \cdot x$

$\Rightarrow x = 48$ días

II. V

n.° personas	n.° h/d	n.° días	obra
7(4C)	8	21	1
2(4C)	7		
3(2C)	4	y	1
2(C)	2		

Luego:

$7(4C) \cdot 8 \cdot 21 \cdot 1 = (2(4C)7 + 3(2C)4 + 2(2C)2)y \cdot 1$

$4704 = 84 \cdot y$

$\Rightarrow y = 56$ días

III. V

n.° personas	n.° h/d	n.° días	obra	dificultad
7(4C)	8	21	1	1
1(4C)	8			
1(2C)	6	z	1	1/2
3(C)	4			

$7(4C)8 \cdot 21 \cdot 1/2 = (1(4C)8 + 1(2C)6 + 3(C)4)z \cdot 1 \cdot 1$

$2352 = 56 \cdot z$

$\Rightarrow z = 42$ días

Resolución de problemas

24. 90 mesas <> 150 sillas

3 mesas <> 5 sillas

1 mesa <> $\frac{5}{3}$ sillas

Luego:

$$\frac{30 \cdot 6}{150 \text{ sillas}} = \frac{20 \cdot 15}{120 \text{ mesas} + x \text{ sillas}}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{300}{120\left(\frac{5}{3}\right) + x} = \frac{300}{200 + x}$$

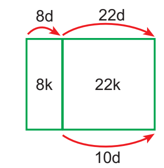
$1200 + 6x = 1500$

$6x = 300$

$\therefore x = 50$

Clave A

25.



Del enunciado, se debe entregar 12 días antes.

$$\Rightarrow \frac{15 \,.\, 30 \,.\, 10}{30k} = \frac{(15+x) \,.\, 10 \,.\, 11}{22k}$$

$15 + x = 30$ $\therefore x = 15$

Clave B

26. Ac. de Pescado Mezcla

$\frac{1}{8}$ 5 L

5 (120 + x) L

$$\frac{\frac{1}{8}}{5} = \frac{5}{120+x}$$

$120 + x = 200$

$\therefore x = 80$ L

Clave C

27.

Obreros	Obra	Días
30	250π	30
18	110π	x

$$\frac{30 \,.\, 30}{250} = \frac{x \,.\, 18}{110}$$

$\therefore$ x = 22 días

Clave A

28.

1,2 m^3	x
25 fam.	40 fam.
150 días	200 días

$150 \,.\, 25 \,.\, 1{,}2 = x \,.\, 40 \,.\, 200$

$$\frac{9}{16} = x$$

$$1{,}2 - \frac{9}{16} = \frac{51m^3}{80}$$

$$\frac{51}{80}\ m^3 . \frac{1000\ l}{1\ m^3} = 637{,}5\ l$$

Clave D

29. Sean: a: eficiencia de Lalo
b: eficiencia de Aldo
c: longitud de la base

Del enunciado:

Eficiencia	Tiempo	Obra
a	5	(m + 6)c
b	3	m . c
a + b	3	10 . c

Luego:

- a . 5 . mc = b . 3 . (m + 6)c

$$\frac{a}{b} = \frac{3(m+6)}{5m} \quad ...(1)$$

- b . 10c = (a + b)mc

$10b = am + mb$

$b(10 - m) = am$

$$\frac{10-m}{m} = \frac{a}{b} \quad ...(2)$$

Igualando (1) y (2):

$$\frac{3(m+6)}{5m} = \frac{10-m}{m}$$

$3m + 18 = 50 - 5m$

$8m = 32$

$m = 4$

Reemplazando m = 4 en (2):

$$\frac{10-4}{4} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 63) Unidad 3

Comunicación matemática

1.

2. n.° bolitas azules = 3
n.° bolitas verdes = 2 } total de bolitas = 8
n.° bolitas rojas = 3

A) Porcentaje = $\left(\frac{3}{8}\right)$ 100% = 37,5%

B) Porcentaje = $\left(\frac{2}{8}\right)$ 100% = 25%

C) $2 + x = 50\%(8 + x)$

$2 + x = \frac{1}{2}(8 + x)$

$4 + 2x = 8 + x$

$\Rightarrow x = 4$ bolitas

3. El porcentaje de suministro es:

100% – (60 + 2,4 + 5,6 + 6)% = 26%

26% gasto total = 312

gasto total = S/.1200

I. Luz = 5,6%(1200) = S/.67,2

II. Porcentaje de gastos en suministros es

26%

III. El gasto mensual es S/.1200

Razonamiento y demostración

4. I. F

- $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}100\% = \frac{300\%}{4} = 75\% \neq 25\%$ (F)
- $\underbrace{7\%13 + 7\%15}_{} + 28\%18$

  $\underbrace{7\%28}_{} + 28\%18$

  $28\%7 + 28\%18 = 28\%25 = 7$ (V)
- $28\%25 = \frac{28}{100} \times 25 = 28 \times \frac{25}{100}$

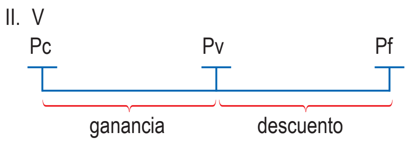
  $= 28 \times 25\%$

  $= 25\%28$ (V)
- $20\%80\%25 = \left(\frac{20}{100}\right)\left(\frac{80}{100}\right) 25 = 4$ (V)

5. I. F

Si existe pérdida:
Pv = Pc – perdida < Pc
⇒ Pv < Pc

II. V



⇒ ganancia = descuento

III. F
Descuento único = $\left(20 + 10 - \frac{20 \times 10}{100}\right)\%$

$= (30 - 2)\% = 28\% \neq 30\%$

Clave C

Resolución de problemas

6. $\underbrace{\frac{x}{100}}_{\text{Tanto por rciento}} . 7200 = 360$

$72x = 360$

$x\% = 5\%$

Clave D

7. 99% . 2400 + 15% . 400

$\frac{99}{100} . 2400 + \frac{15}{100} . 400$

99 . 24 + 60

2376 + 60 = 2436

Clave B

8. Por dato:
Pc = S/.34
Ganancia = 10% Pc + 15% Pv

Sabemos:
Pv = Pc + ganancia
Pv = Pc + 10% Pc + 15 % Pv
85% Pv = 110% Pc

$Pv = \frac{22}{17} \times Pc = \frac{22}{17} \times (34)$

∴ Pv = S/.44

Clave A

9. x . 15% = 750

$x . \frac{15}{100} = 750$

∴ x = 5000

Clave E

10.

I. 20% . a = 180

$\frac{20}{100} . a = 180 \Rightarrow a = 900$

II. 24% . b = 72

$\frac{24}{100} . b = 72 \Rightarrow b = 300$

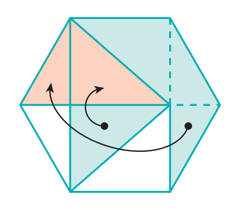
∴ a + b = 1200

Clave A

Nivel 2 (página 63) Unidad 3

Comunicación matemática

11.



La parte sombreada es $\frac{1}{2}$ = 50% del total.

Clave D

12.

Razonamiento y demostración

13. En la tienda A:

Descuento único = $\left(25 + 20 - \frac{25.20}{100}\right)\% = 40\%$

$Pv_1 = P_F - 40\%P_F = 60\%(200)$

Pv_1 = S/.120

En la tienda B:

$Pv_2 = P_F - 20\%P_F = 80\%(200)$

Pv_2 = S/.160

I. V
II. F
III. V

120 + x%120 = 160

x%120 = 40

$x\% = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}(100\%)$

$\Rightarrow x\% = 33,\hat{3}\%$

Clave A

14. Del enunciado:

V + M = 36 ...(1)

Del dato I:
Varones usan lentes = 20%V = $\frac{20}{100}$V

$= \frac{V}{5} \Rightarrow V = \overset{\circ}{5}$

V = 5 m ...(2)

Del dato II:
Mujeres usan falda = 25%M = $\frac{25}{100}$M

$= \frac{M}{4} \Rightarrow M = \overset{\circ}{4}$

M = 4n ...(3)

Reemplazando (2) y (3) en (1):

5m + 4n = 36

$(4 + 1)m + \overset{\circ}{4} = \overset{\circ}{4}$

$m = \overset{\circ}{4}$

↓
0 ✗
4 ✓ ⇒ V = 20 ∧ M = 16
8 ✗
⋮ ✗

Varones que no usan lentes = 80%20 = 16
Por lo tanto, 16 varones no usan lentes.

Clave C

Resolución de problemas

15. Para que su efectividad aumente, ya no debe seguir fallando, entonces:

Tiros fallados: 9
Anotaciones: 1 + x

$\left(\frac{9}{10 + x}\right).100\% = 75\%$

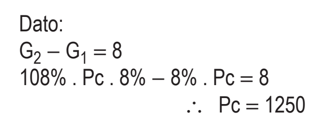
12 = 10 + x ∴ x = 2

Clave B

16. • $Pv_1 = Pc + 8\%Pc$ $G_1 = 8\%Pc$

$Pv_1 = 108\%Pc$

• $Pv_2 = Pc + 8\%Pv_1$ $G_2 = 8\%\underbrace{Pv_1}_{108\%Pc}$


Dato:
$G_2 - G_1 = 8$
$108\% \,.\, Pc \,.\, 8\% - 8\% \,.\, Pc = 8$
$\therefore \; Pc = 1250$

Clave A

17. Sea 5N el salario del obrero:

$20\%(5N) = N$
$50\%(4N) = 2N$

Restante = 2N = S/. 300 ⇒ N = S/. 150
Aumento = 12% N + 15% 2N + 20% 2N
= 82% N = 82% (150) = S/. 123

Nuevo sueldo = 5N + 123 = 5(150) +123
Nuevo sueldo = S/. 873

Clave A

18. Total = 10N

$Pv_1 \Rightarrow G_1 = \underbrace{-24\%k}_{4N.6\%} \qquad Pv_2 \Rightarrow G_2 = \underbrace{6\%N}_{3N.2\%}$

$-24\%N + 6\%N + G_3 = 9\%10N$

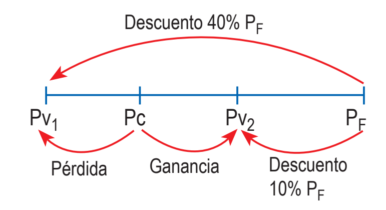
$\downarrow$

$\underbrace{108\%N}_{3N(36\%)}$

∴ Debe ganar el 36%.

Clave C

19.



Del enunciado:

$\underbrace{\text{Pérdida}}_{Pc - Pv_1} = P = 60\%(Pv_2 - Pc)$

$Pc - Pv_1 = \frac{3}{5}(90\%\,P_F - Pc)$

$Pc - 60\%P_F = 54\%\,P_F - \frac{3}{5}Pc$

$\frac{8}{5}Pc = 114\%\,P_F \quad \therefore \; Pc = 71{,}25\%\,P_F$

Clave C

20. $P_F = 190\%Pc$

$Pv = 75\%80\%P_F$

$Pc + G = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}190\%Pc = 114\%\,Pc$

$\Rightarrow G = 14\%\,Pc$

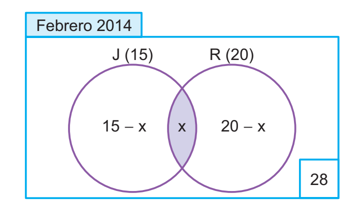
∴ Gana el 14%.

Clave A

Nivel 3 (página 64) Unidad 3

Comunicación matemática

21. 2014 no es año bisiesto, entonces febrero tiene 28 días.



Luego:
$15 - x + x + 20 - x = 28$
$35 - x = 28$
$\Rightarrow x = 7$

Porcentaje $= \left(\frac{7}{28}\right)100\% = 25\%$

Clave C

22.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

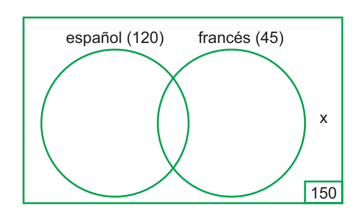
Hay 24 números primos en la tabla que contiene en total 100 números.
Porcentaje $= \left(\frac{24}{100}\right)100\% = 24\%$

Clave B

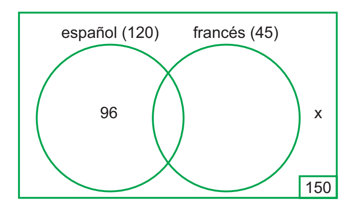
Razonamiento y demostración

23. Sea x el n.° personas que no hablan francés ni español.

Del enunciado:



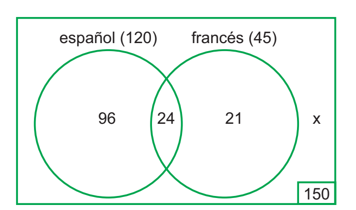
Dato I:
96 solo hablan es pañol.



Luego:
$96 + 45 + x = 150$
$141 + x = 150 \Rightarrow x = 9$

Por lo tanto, el dato I es suficiente.

Dato II:
$20\%(120) = 24$



Luego:
$96 + 24 + 21 + x = 150$
$149 + x = 150 \Rightarrow x = 9$
Por lo tanto, el dato II es suficiente.

Clave D

24. Se tiene. $\frac{A}{B\sqrt{C}} = \text{cte.}$

I. V

$$\frac{A}{B\sqrt{C}} = \frac{A'}{60\%B\sqrt{121\%C}}$$

$$\frac{A}{B\sqrt{C}} = \frac{A'}{B\sqrt{C}\,60\%\frac{11}{10}}$$

$66\%A = A'$

Por lo tanto, A disminuye en 34%.

II. V

$$\frac{\overline{abc}}{90\%90\sqrt{C}} = \frac{\overline{bc}}{50\%1\sqrt{C+300\%C}}$$

$$\frac{\overline{abc}}{81\sqrt{C}} = \frac{\overline{bc}}{\frac{1}{2}\sqrt{4C}}$$

$$\frac{\overline{abc}}{81\sqrt{C}} = \frac{\overline{bc}}{\sqrt{C}}$$

$\overline{abc} = 81 . \overline{bc}$

$100a + \overline{bc} = 81 . \overline{bc}$

$100a = 80 . \overline{bc}$

$5a = 4 . \overline{bc} \Rightarrow a = \overset{\circ}{4}$

↓

4 ✗

8 ✓

Luego:

$a = 8;\ b = 1 \wedge c = 0$

Entonces:

$\overline{bc}\%\overline{ac} = 10\%80$

$= 8$

III. V

$$\frac{20\%25}{B.\sqrt{25\%B}} = \frac{A}{B\sqrt{64\%B}}$$

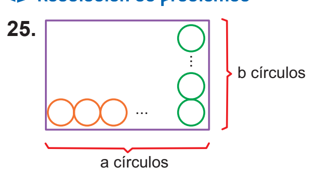
$$\frac{5}{\frac{1}{2}\sqrt{B}} = \frac{A}{\frac{4}{5}\sqrt{B}}$$

$$10 = \frac{A}{\frac{4}{5}} \Rightarrow A = 8$$

Clave C

Resolución de problemas

25.



n.° círculos = ab

$\Rightarrow$ Área $= \pi . r^2 . ab$

A □ $= (2ra)(2rb) = 4r^2ab$

$$\Rightarrow \frac{\pi r^2 ab}{4r^2 ab} \times 100\% = 25\pi\%$$

Clave A

26. $\frac{n.°\,A}{n.°\,B} = \frac{2k}{3k}$; $\frac{Pc_A}{Pc_B} = \frac{1}{2}$ ...(1)

Sabemos:

Pv = Pc + G

Para el artículo A:

$Pv_A = Pc_A + 30\%Pc_A$

$Pv_A = 130\%Pc_A = 26$

$\Rightarrow Pc_A = S/.20$

Reemplazando $Pc_A = S/.20$ en (1):

$Pc_B = S/.40$

Para el artículo B:

$Pv_B = Pc_B + 40\%Pc_B$

$Pv_B = 140\%Pc_B$

$\Rightarrow Pv_B = 140\%(40) = S/.56$

Luego:

$(2k)26 + (3k)56 = 3520$

$220k = 3520$

$k = 16$

$\therefore$ n.° A = 32 $\wedge$ n.° B = 48

Clave B

27. $V_1 = 1000\ u^3$ ...A_1

$V_2 = 51{,}2\%1000 = 512\ u^3$ ...A_2

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[3]{1000}^{\,2}}{\sqrt[3]{512}^{\,2}} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{100}{64} \Big) 36$$

$$\Rightarrow \frac{36}{100} . 100\% = 36\%$$

Clave D

28. Sea n la cantidad inicial de dinero.

Del enunciado:

Primero: n + 10%n = 110%n

Luego: 110%n – 80%(110%n) = 22%n

Finalmente:

22%n – 70%(22%n) = 6,6%n = 66

$\Rightarrow$ n = S/.1000

Entonces perdió:

n – 6,6%n = 93,4%n = 93,4%(1000) = S/.934

Clave A

29. Sea:

P: precio de la camisa.

D: dinero que tengo.

$$DU = \left(20 + 25 - \frac{20 . 25}{100}\right)\% \Rightarrow DU = 40\%$$

Luego:

$D = P . n = (n + 6)(P - 40\%P)$

$P . n = (n + 6)60\%P$

$\frac{5n}{3} = n + 6 \Rightarrow n = 9$

$D = P . n = x(P - 10\%P)$

$P . 9 = x . 90\%P$

$\therefore\ x = 10$

Clave A

30. P_F: precio de fábrica

Para el mayorista:

$Pv_1 = P_F + 20\%P_F$

$Pv_1 = 120\%P_F$

Para el distribuidor:

$Pv_2 = 120\%P_F + \underbrace{15\%(120\%P_F)}_{\text{precio al por mayor}}$

$Pv_2 = 138\%P_F$

Para la tienda:

$Pv_3 = 138\%P_F - 10\%(138\%P_F)$

$Pv_3 = 124{,}2\%P_F$

$\therefore$ El precio de fábrica se elevó en 24,2%.

Clave B

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 68) Unidad 3

Comunicación matemática

1.

2. Del gráfico:

$C_{total} = 1 + 4 + 5 + 2 + 6 + m$

$26 = 18 + m \Rightarrow m = 8$

Además:

$P_m = \dfrac{1\times6+4\times3,5+5\times2,4+2\times4+6\times3+8\times2,5}{26}$

$n = \dfrac{78}{26} \Rightarrow n = 3$

Nos piden: $m + n = 8 + 3 = 11$

Clave B

3.

Razonamiento y demostración

4. F, F, V, F

5. $0,\overline{ab}\hat{c} = \dfrac{14}{24} = 0,58\hat{3}$

$\Rightarrow a = 5;\ b = 8 \wedge c = 3$

I. V

II. F

$CA(\overline{ca}) = CA(35) = 65$

III. V

$\dfrac{0,58\hat{3}.W + 1.W}{2W} = 0,791\hat{6}$

Resolución de problemas

6.

	Cant.	Grado
Alcohol	5	80
Agua	x	0
Mezcla	5 + x	25

$25 = \dfrac{5\ .\ 80 + 0\ .\ x}{5 + x}$

$5 + x = 16$

$x = 11$

$\therefore$ Se necesitan 11 L de agua.

Clave B

7. Alcohol = x(mezcla)

$80\ .\ 60° = x(80 + 40)$

$40° = x$

$\Rightarrow 100y + 120\ .\ 40 = 60(y + 120)$

$y = 60$

Se debe agregar 60 L.

Clave B

8. x+2 kg | 2 kg | 2 kg

0,95 | 0,9 | 0,875

$\dfrac{(x+2)0,95+(0,9)2+2(0,875)}{x+6} = 0,925$

$\therefore x = 4$ kg

Clave D

9. 5a + 3a + n.a → (n + 8) a

48% 80% 0% 48%

$5a.48 + 3a.80 + n.a.0 = (n + 8)a.48$

$5.\ 48 + 3\ .80 + n(0) = (n + 8)\ .\ 48$

$\therefore n = 2$

Clave B

10. $0,7 = \dfrac{x(0,6)+15\ .\ (0,84)}{x+15} \Rightarrow x = 21$

Será necesario 21 kg de un lingote con ley 0,6.

Clave A

Nivel 2 (página 68) Unidad 3

Comunicación matemática

11.

12. $P_m = \dfrac{1\times1+2\times4+3\times9+4\times16+...+8\times64}{1+2+3+4+...+8}$

$P_m = \dfrac{1^3+2^3+3^3+4^3+...+8^3}{\frac{8.9}{2}}$

$P_m = \dfrac{\left(\frac{8.9}{2}\right)^2}{\frac{8.9}{2}} = \dfrac{8.9}{2} \Rightarrow P_m = S/.36$

Razonamiento y demostración

13. I. V

$\dfrac{18\,K.72 + 24\,K.36}{72+36} = 20\,K$

II. V

$Ley = \dfrac{18}{24} = 0,75$

$Ley_{aleación} = \dfrac{0,75\times72+0\times3}{72+3} = 0,720$

III. V

$0,2 \le Ley \le 0,3$

$0,2 \le 1 - Liga \le 0,3$

Luego:

$0,2 \le 1 - Liga \quad \wedge \quad 1 - Liga \le 0,3$

$Liga \le 0,8 \qquad 0,7 \le Liga$

$\Rightarrow 0,7 \le Liga \le 0,8$

14. $\dfrac{\overline{ab}}{17} + \dfrac{c}{\overline{mn}} = 1$

$\Rightarrow \overline{mn} = 17$

$m = 1 \quad \wedge \quad n = 7$

$\overline{ab} + c = 17 \quad \Rightarrow \quad a = 1$

$b + c = 7$

I. V

II. V

III. F

Como $\dfrac{c}{17}$ es una fracción irreductible, entonces: $0 < \dfrac{c}{17}$

$Liga = \dfrac{c}{17} = \dfrac{7-b}{17} \le \dfrac{7}{17} < \dfrac{8}{17}$

$\therefore 0 < Liga < \dfrac{8}{17}$

Resolución de problemas

15. En la primera mezcla se tiene:

$y = P_m = N = \dfrac{5x + 40\times4}{x+40} \quad ...(1)$

Como se extraen 20 litros y se reemplazan por 20 litros de vino de S/.3,6 el litro, entonces:

$4,4 = \dfrac{(x+20)y + 20\times3,6}{x+40}$

Despejando y:

$$y = \frac{4{,}4x + 104}{x + 20} \qquad ...(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\frac{4{,}4x + 104}{x + 20} = \frac{5x + 160}{x + 40}$$

$$4{,}4x^2 + 104x + 176x + 4160 = 5x^2 + 160x + 100x + 3200$$

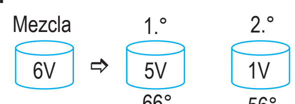
$0 = 0{,}6x^2 - 20x - 960$
$0 = 6x^2 - 200x - 9600$

$x \quad -60$
$6x \quad +160$

$\Rightarrow x = 60$

Clave C

16.



$$G = \frac{56^\circ \,.\, V + 66^\circ \,.\, 5V}{6V} = 64^\circ \text{ (Aprox.)}$$

Clave D

17.

	20°	15°	19°
Precio / Litro	S/.18	S/.13	P_m
Volumen	a	b	a + b

$$\frac{20a + 15b}{a + b} = 19$$

$20a + 15b = 19a + 19b$
$a = 4b$

$$P_m = \frac{18a + 13b}{a + b} = \frac{85b}{5b} = 17$$

$P_v = Pc + g = P_m + 50\%P_m$
$P_v = 150\%P_m = 150\%(17)$
$\therefore\ P_v = S/.25{,}5$

Clave A

18. Sea el volumen inicial: V.

$V = 12k$

$$\frac{84^\circ \,.\, 5k + 72^\circ \,.\, k + 48^\circ \,.\, 2k + 60^\circ \,.\, 4k}{12k} = 69^\circ$$

Luego:

$$\left(\frac{69\%180}{x + 180}\right).100\% = 60\%$$

$\therefore\ x = 27$ L

Clave D

19. Del primero se ha de añadir 40 L ya que del segundo solo se toma 10 L.

$$x = \frac{40 \,.\, 3 + 10 \,.\, (2{,}1)}{50} = 2{,}82\,.$$

El precio del litro de la mezcla será S/.2,82.

Clave A

20. Se preparó:

	V_1	
Vino	60 L	⟵ x L de vino
H_2O	15 L	

Luego:

$$\frac{15}{60 + x} = \frac{1}{5}$$

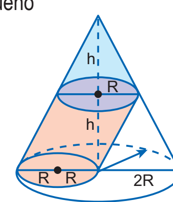
$60 + x = 75 \qquad \therefore\ x = 15$

Clave B

Nivel 3 (página 69) Unidad 3

Comunicación matemática

21. V_1: volumen de cilindro
V_2: volumen del cono pequeño



Del gráfico:

$$V_2 = \frac{\pi R^2.h}{3} \wedge V_1 = \underbrace{\pi R^2 \,.\, h}_{3V_2}$$

Entonces:

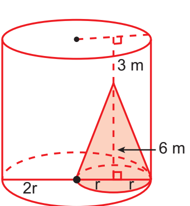
$$G_m = \frac{77^\circ.V_2 + 57^\circ.V_1}{V_1 + V_2}$$

$$G_m = \frac{77^\circ.V_2 + 57^\circ.3V_2}{3V_2 + V_2} = \frac{248^\circ V_2}{4V_2}$$

$G_m = 62^\circ$

Clave C

22. Sean:
V_1: volumen del cono
V_2: volumen del cilindro menos el cono



Luego:

$$V_1 = \frac{\pi.r^2.6}{3} \Rightarrow V_1 = 2\pi r^2$$

$$V_2 = \pi(2r)^2 \,.\, 9 - 2\pi r^2 = 34\pi r^2$$

Entonces:

$$G_m = \frac{48^\circ(34\pi r^2) + 84^\circ(2\pi r^2)}{34\pi r^2 + 2\pi r^2}$$

$$G_m = \frac{1800^\circ \pi r^2}{36\pi r^2} \Rightarrow G_m = 50^\circ$$

Clave D

Razonamiento y demostración

23. $$\frac{4(\overline{a3}) + 7(\overline{ab})}{4 + 7} = \overline{6m}$$

Como:
$\overline{6m}$ está entre $\overline{a3}$ y $\overline{ab}$ $\Rightarrow a = 6$

Reemplazando a = 6:

$4(63) + 7(\overline{6b}) = 11 \,.\, \overline{6m}$
$12 + 7b = 11m$
$\quad\downarrow \qquad \downarrow$
$\quad 3 \qquad 3$

$\Rightarrow \overline{ab} = 63$

I. V
II. V
III. V
CD(36) = 9
$2^2 \cdot 3^2$
IV. F

24. $$\frac{b.\frac{n}{500}+\frac{(b+2)n}{800}+(b-2)\frac{m}{100}}{b+(b+2)+(b-2)}=\frac{n}{600}$$

$$\frac{1}{100}\left(\frac{bn}{5}+\frac{bn}{8}+\frac{n}{4}+bm-2m\right)=\frac{n.3b}{600}$$

$$\frac{13bn}{40}+\frac{n}{4}+m(b-2)=\frac{bn}{2}$$

$$m=\frac{n(7b-10)}{40(b-2)} \quad ...(1)$$

I. F
Si $n = 2 \wedge b = 3$
$$m=\frac{2(7\times3-10)}{40(3-2)}=\frac{2\times11}{40}$$
$m = 0{,}55 \notin \mathbb{Z}$

II. V
Si n = 5m, reemplazando en (1):
$$m=\frac{5m(7b-10)}{40(b-2)}$$
$8(b-2) = 7b - 10$
$8b - 16 = 7b - 10$
$b = 6$

III. V
Si $m = 3 \wedge n = 16$, reemplazando en (1):
$$3=\frac{16(7b-10)}{40(b-2)}=\frac{2(7b-10)}{5(b-2)}$$
$15b - 30 = 14b - 20$
$b = 10$

Resolución de problemas

25. 50 g + 450 g = 500 g
Ley = 1 Ley = n Ley = n + 0,02
$$\frac{50+450.n}{500}=n+0{,}02 \Rightarrow n=0{,}8$$
Luego:
$$0{,}850=\frac{0{,}910x+0{,}82\times250}{x+250}$$
$0{,}850x + 212{,}5 = 205 + 0{,}910x$
$\therefore\ x = 125$ g

Clave A

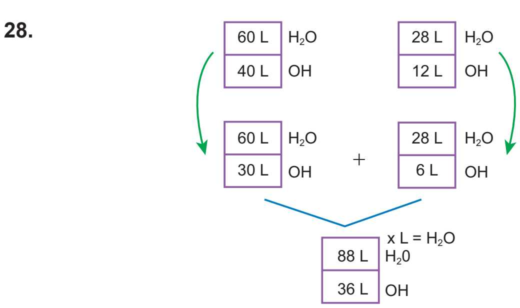
26. 6n + 4n + 5n → 15n
10% 15% 30% Gm
$$G_m=\frac{10\times6+15\times4+30\times5}{15\times100}=18\%$$
15n → 18°
88 – 6n → 10°
$$G_m=16=\frac{15\times18n+10(88-6n)}{88+9n}$$
$\Rightarrow n = 8$
$\therefore\ 88 - 4n = 56$ L

Clave D

27. $P_v = P_c + G$
$10 = P_m + 10\%(10)$
$P_m = 9$
Luego:
$$\frac{91\times7+10x}{91+x}=9 \qquad \therefore x=182 \text{ kg}$$

Clave E

28.



Luego:
$$\left(\frac{36}{x+124}\right)100\%=25\% \qquad \therefore x=20$$

Clave D

29.
H_2O: 60a, 140a, 204a, 276a
OH: 240a, 160a, 96a, 24a
8°

N + N + 480 L ⇒ 2N+480 L
8° 60° 100° 50°

$8°(N) + 60°(N) + 100° \cdot 480 = 50°(2N + 480)$
$\Rightarrow N = 750$
El volumen final será:
$2(750) + 480 = 1980$ L

Clave C

30.
$Ley_1 = 20\% = \frac{1}{5}$ $Ley_2 = 2n$

$Ley_2 + liga_2 = 1$
$2n + 3n = 1$
$5n = 1$
$$\Rightarrow n=\frac{1}{5} \quad \wedge \quad Ley_2=\frac{2}{5}$$
$$\Rightarrow 20.\frac{1}{5}+10.\frac{2}{5}=30.L_m \Rightarrow L_m=\frac{4}{15}$$

1 g de plata = \$6
1 g de metal = \$P
$$3+\frac{P}{2}=4$$
P = \$2

Se tiene la nueva aleación:
$\frac{4}{15}\cdot 30 = 8$ g plata
$\frac{11}{15}\cdot 30 = 22$ g metal

Luego:
⇒ 8 g + 22 g = 30 g
\$6 \$2 x
$8\times6 + 22\times2 = 30x$
$\therefore\ x = \$3{,}06$

Clave B

INTERÉS

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 73) Unidad 3

Comunicación matemática

1.

2. ▪ $I = \frac{C \times r \times t}{100}$

$90 = \frac{100 \times r \times 3}{100} \Rightarrow r = 30$

▪ $I_1 = \frac{100 \times 30 \times 1}{100} \Rightarrow I_1 = S/.30$

▪ $I_3 = \frac{100 \times 30 \times t}{100}$

$180 = 30t \Rightarrow t = 6$

▪ $M = C + I_1 + I_2 + I_3$

$M = 100 + 30 + 90 + 180$

$M = S/.400$

3. ▪ Para $t = 1$:

$54 = \frac{C_1 \times r_1 \times 1}{100} \Rightarrow C_1 . r_1 = 5400$

▪ Además:

$I_2(t = 1) = I_1(t = 3)$

$\overline{abc} = \frac{C_1 \times r_1 \times 3}{100} = \frac{5400 \times 3}{100}$

$\overline{abc} = 162 \Rightarrow a = 1; b = 6$ y $c = 2$

▪ Para $t = 2$:

$\overline{mnp} = \frac{C_2 \times r_2 \times 2}{100} = 162 \times 2 = 324$

$\Rightarrow m = 3; n = 2$ y $p = 4$

Nos piden:

$\frac{a+b+c}{p+n-m} = \frac{1+6+2}{4+2-3} = \frac{9}{3} = 3$

Clave B

Razonamiento y demostración

4. I. F

II. F

III. V

$M = C + I \Rightarrow I = M - C$

5. I. V

II. V

r% semestral <> 2r% anual

$I = \frac{C \times 2r \times t}{100} = \frac{C \times r \times t}{50}$

III. F

r% bimestral <> 6r% anual

$I = \frac{C \times 6r \times t}{36\,000} = \frac{C \times r \times t}{1000}$

Resolución de problemas

6. C = 240 000; t = 2 meses y 10 días

$\Rightarrow t = 70$ días

r = 16% cuatrimestral <> 48% anual

$I = \frac{240\,000 \times 48 \times 70}{36\,000} \therefore I = S/.22\,400$

Clave D

7. I = ?

r = 48% anual

M = 2C

Hallamos el tiempo:

$I + C = M$

$\frac{C \times 48 \times t}{1200} + C = 2C$

$\frac{t}{25} + 1 = 2$

$t = 25$ meses

$\therefore$ t = 2 años y 1 mes

Clave C

8. r = x% anual

t = 9 meses

C = S/.20 000

M = S/.21 200

$I + C = M$

$\frac{20\,000 . x . 9}{1200} + 20\,000 = 21\,200$

$x = 8$

$\therefore$ La tasa es 8% anual.

Clave D

9. $M = \frac{125}{100} \times I$

r = 25%

$\Rightarrow C + I = \frac{5}{4} \times I \Rightarrow C = \frac{1}{4} \times I$

$4C = \frac{C \times t \times 25}{100} \Rightarrow t = 16$ años

Clave D

10. M = ?

C = 60 000

t = 2 años, 3 meses y 6 días = 816 días

r = 6% anual

$I + C = M$

$\frac{60\,000 \times 6 \times 816}{36\,000} + 60\,000 = M$

$\therefore$ M = $68 160

Clave B

Nivel 2 (página 73) Unidad 3

Comunicación matemática

11. ▪ En el banco A:

r% = 20% anual <> 10% semestral

$M = 10\,000(1 + 10\%)^4$

$M = 10\,000(1,1)^4 \Rightarrow M = S/.14\,641$

▪ En el banco B:

r% = 20% anual

$M = 9000(1 + 20\%)^2 \Rightarrow M = S/.12\,960$

▪ En el banco C:

r% = 75% anual <> 25% cuatrimestral

2 años <> 6 cuatrimestres

$M = 3600(1 + 25\%)^6$

M = S/.13 732

12. En la 1.ª fila:

$I = \frac{300 \times 10 \times 2}{100} \Rightarrow I = S/.60$

$M = 300 + 60 \Rightarrow M = S/.360$

En la 2.° fila:

$I = M - C = 100 - 80 \Rightarrow I = S/.20$

$I = \frac{80 \times r \times 4}{100}$

$20 = \frac{320r}{100} \Rightarrow r = 6{,}25\%$

En la 3.ª fila: $C = M - I = 200 - 40 \Rightarrow C = S/.160$

$I = \frac{160 \times 5 \times t}{100}$

$40 = \frac{800 \times t}{100} \Rightarrow t = 5$

Razonamiento y demostración

13. $x^2 - 9x + 20 = 0$

x   − 5

x   − 4

$\Rightarrow r = 5;\ t = 4 \quad \vee \quad r = 4;\ t = 5$

$I = \frac{C \times r \times t}{100}$

$\overline{2a} = \frac{\overline{ab5} \times 4 \times 5}{100}$

$5(\overline{2a}) = \overline{ab5}$

$100 + 5a = 100a + 10b + 5$

$95 = 95a + 10b$

↓ ↓

1 0

I. F

$a + b = 1$

II. V

$CD(\overline{ab}) = CD(10) = 4$

↓

$2^1 \times 5^1$

III. F

$M = C + I = 105 + 21 = S/.126$

14. $M = C(1 + r\%)^n$

I. F

$\frac{M}{C} = (1 + r\%)^n$

$\sqrt[n]{\frac{M}{C}} = 1 + r\% \Rightarrow r\% = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$

II. F

$\frac{M}{C} = (1 + r\%)^n$

$\log\left(\frac{M}{C}\right) = n\log(1 + r\%)$

$\Rightarrow n = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1 + r\%)}$

III. V

$M = C(1 + r\%)^n = C + I$

$C[(1 + r\%)^n - 1] = I$

Resolución de problemas

15. $M_1 = C(1 + r\%8) = 4650$

$M_2 = C(1 + r\%20) = 4875$

$\Rightarrow \frac{1 + r\%8}{1 + r\%20} = \frac{62}{65}$

$\therefore r\% = \frac{300}{720}$% mensual <> 5% anual

Clave B

16. Capital: 6k

$C_1 = 3k$	$C_2 = 2k$
$r_1 = 6\%$ anual	$r_2 = 5\%$ anual
$t = 1$ año	$t = 1$ año
$C_3 = 1k$	
$r_3 = 4\%$ anual	
$t = 1$ año	

$I_{Total} = 320$

$I_1 + I_2 + I_3 = 320$

$$\frac{3k\,.\,6\,.\,1}{100} + \frac{2k\,.\,5\,.\,1}{100} + \frac{k\,.\,4\,.\,1}{100} = 320$$

$$\frac{8}{25}\,.\,k = 320$$

$$k = 1000$$

$\therefore\ C = 6(1000) = S/.6000$

Clave C

17. Sea C: 500k

1.^{er} año: $C_1 = 500k \ \wedge\ I_1 = 200k$

2.° año: $C_2 = 600k \ \wedge\ I_2 = 240k$

3.^{er} año: $C_3 = 720k \ \wedge\ I_3 = 288k$

Por dato:

$M_3 = 100\,800$

$C_3 + I_3 = 100\,800$

$1008k = 100\,800$

$k = 100$

Entonces: $C = 500(100)$

$\therefore\ C = S/.50\,000$

Clave E

18. $\left.\begin{array}{l} I_1 = C_1\,.3\%\ 6 \\ I_2 = C_2\,.12\%\ 2 \\ I_3 = C_3\,.1\%\ 12 \end{array}\right\}$ Iguales anualmente

$$18C_1 = 24C_2 = 12C_3 \left\{\begin{array}{l} C_1 = 4n \\ C_2 = 3n \\ C_3 = 6n \end{array}\right.$$

Por dato:

$13n = 26\,000 \ \Rightarrow\ n = 2000$

$\therefore\ 6n = S/.12\,000$

Clave D

19. $C = 160\,000$

$M = (1 + 5\%)^4\,.\,C + (1 + 5\%)^2\,.\,C + C$

$\therefore\ M = S/.530\,881$

Clave E

20. $I_1 = C.\,5\%\,.\,4$

$I_2 = (1 + r\%)^4\,.\,C - C$

Luego:

$$[(1 + r\%)^4\,C - C] - (20\%C) = \frac{546}{625}C$$

$$(1 + r\%)^4 = \frac{1296}{625}$$

$$\therefore r = 20$$

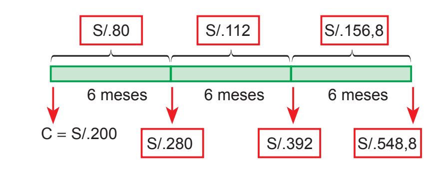
Clave B

Nivel 3 (página 74) Unidad 3

Comunicación matemática

21. $r\% = 80\%$ anual <> 40% semestral

Completando, se obtiene:



22. $C = S/.100$

Del gráfico:

- $I = \dfrac{100.r.1}{100} = 144 - 100 \ \Rightarrow\ 44 = r$

- $\overline{1x8} - 144 = \dfrac{100.44.(y-1)}{100}$

$108 + 10x - 144 = 44(y - 1)$

$10x - 36 = 44y - 44$

$10x + 8 = 44y$

$5x + 4 = 22y$

$\quad\downarrow \qquad \downarrow$

$\quad 8 \qquad\ 2$

- $\overline{32m} - \overline{1x8} = \dfrac{100.44.(z-y)}{100}$

$\overline{32m} - 188 = 44(z - 2)$

$\overline{32m} - 100 = 44z$

$\overline{22m} = 44z$

$\quad\downarrow \qquad \downarrow$

$\quad 0 \qquad\ 5$

Nos piden: $x + y + z = 8 + 2 + 5 = 15$

Clave C

Razonamiento y demostración

23. r; $t = rk$, $I = rk^2$, $C = rk^3$

Sabemos:

$$I = \frac{C.r.t}{100}$$

$$rk^2 = \frac{rk^3.r.rk}{100} \Rightarrow \begin{array}{l} r^2k^2 = 100 \\ rk = 10 \end{array}$$

I. Si $r = 2$, entonces $k = 5$.
Luego:
$C = r\,.\,k^3 = 2\,.\,5^3 \ \Rightarrow\ C = S/.250$

II. Si $k = 5$, entonces $r = 2$.
Luego:
$C = 2\,.\,5^3 \ \Rightarrow\ C = S/.250$

Cada uno de los datos por separado es suficiente.

Clave D

24. Sabemos:

$$I = \frac{C.r.t}{36\,000} \ \ldots \text{(I)}$$

Del enunciado:

$$\left.\begin{array}{l} \overline{c02}_{(b)} \ \Rightarrow\ c < b \\ \overline{b0}_{(a)} \ \Rightarrow\ b < a \\ \overline{aC2}_{(6)} \ \Rightarrow\ a < 6 \end{array}\right\} 0 < \overset{\circ}{3} = c < b < a < 6$$

$c = 3,\ b = 4,\ a = 5$

$I = 40_{(5)} = 20$

$r\% = 302_{(4)} = 50\%$

$M = 532_{(6)} = 200$

Luego:

$C = 200 - 20 = 180$

Reemplazando en (I).

$$20 = \frac{180.50.\overline{mn}}{36\,000}$$

$\Rightarrow\ \overline{mn} = 80 \ \Rightarrow\ m = 8 \ \wedge\ n = 0$

I. F
$m + n = 8 + 0 = 8 = \overset{\circ}{2}$

II. F
$CD(\overline{ab}) = CD(54) = 2\,.\,4 = 8$
$\qquad\qquad\downarrow$
$\qquad\quad 2^1 \times 3^3$

III. V
$MCD(580; 43; 2014) = 1$

Resolución de problemas

25. Sea C el capital inicial.

$I_1 = S/.1000$ (dato)

$$\frac{C\,.\,5\,.\,t}{100} = 1000 \Rightarrow C.t = 20\,000 \qquad \ldots (1)$$

$$I_2 = \frac{5}{16}C \text{ (dato)}$$

$$\frac{(C + I_1)\,.\,5\,.\,t}{100} = \frac{5}{16}C$$

$$\frac{(C + 1000)\,.\,t}{20} = \frac{5}{16}C \qquad \ldots (2)$$

Reemplazando t de (1) en (2):

$$\frac{(C + 1000)}{20}\,.\,\frac{20\,000}{C} = \frac{5}{16}C$$

$(C + 1000)3200 = C^2$

$\Rightarrow C^2 - 3200C - 3\,200\,000 = 0$

$C \qquad -4000$

$C \qquad +800$

$\therefore\ C = S/.4000$

Clave E

26. $C_1 = \overline{abc}\,.\,10^3 \ \wedge\ C_2 = \overline{xyz}\,.\,10^3$

$M_1 = C_1 + C_1(7{,}3\%)11 = 1{,}803C_1$

$M_1 = 1803(\overline{abc})$

$M_2 = C_2 + C_2(8{,}2\%)11 = 1{,}902C_2$

$M_2 = 1902(\overline{xyz})$

Por dato: $M_1 = M_2$

$1803(\overline{abc}) = 1902(\overline{xyz})$

$$\frac{\overline{abc}}{\overline{xyz}} = \frac{634}{601}$$

Se deduce:

$\overline{abc} = 634 \ \wedge\ \overline{xyz} = 601$

Piden: $a + b + c + x + y + z$

$6 + 3 + 4 + 6 + 0 + 1 = 20$

Clave A

27. $C = 5x \Rightarrow P_{guitarra} = 10x$

$P_F = 120\%(10x) = 12x$

$P_F = M_1 + M_2$

$12x = C + C(2,5\%)10 + (115 + 115 \,.\, 15\% \,.\, 1)$

$12x = 125\%5x + 115\%115$

$\Rightarrow x = 23$

$\therefore\ P_F = 12(23) = S/.276$

Clave A

28. $C = 175\,200$

$I_{común} = 175\,200 \,.\, \dfrac{30\%}{365} \,.\, t$

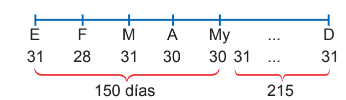
$I_{comer.} = 175\,200 \,.\, \dfrac{30\%}{12}(7)$

$I_{común} - I_{comer.} = 300$

$175\,200 \,.\, 30\%\left(\dfrac{t}{365} - \dfrac{7}{12}\right) = 300$

Resolviendo: t = 215 días

Luego:



Entonces debe imponerse en mayo.

Clave A

29. 5% mensual <> 10% bimestral

Sea la cantidad del préstamo: C

En el primer bimestre:

$\left.\begin{array}{l} M = 110\%C \\ Paga = 1430 \end{array}\right\}$ Queda: $110\%C - 1430$

En el siguiente bimestre:

$(110\%C - 1430)(1 + 10\%)^1 = 363$

$110\%C - 1430 = 330$

$110\%C = 1760$

$\therefore\ C = S/.1600$

Clave B

30. $\left.\begin{array}{l} I_1 = C_1 \,.\, \dfrac{8\%}{12} \,.\, 9 \\ I_2 = C_2 \,.\, \dfrac{5\%}{12} \,.\, 5 \end{array}\right\}$ Son iguales por dato

$\Rightarrow 72C_1 = 25C_2$

$C_1 + C_1 \,.\, \dfrac{8\%}{12} \,.\, 9 + C_2 + C_2 \,.\, \dfrac{5\%}{12} \,.\, 5 = 1800$

Resolvemos:

$\therefore\ C_1 = S/.450$

Clave A

MARATÓN MATEMÁTICA (página 75)

1. Se va a repartir $7200\sqrt{2}$.

$7200\sqrt{2}\left\{\begin{array}{l} 5\sqrt{2} \Rightarrow 5a \\ 7\sqrt{2} \Rightarrow 7a \\ 12\sqrt{2} \Rightarrow 12a \end{array}\right.$

$24a = 7200\sqrt{2}$

$a = 300\sqrt{2}$

$\therefore\ 12a - 5a = 7a = 2100\sqrt{2}$

Clave B

2.

$N\left\{\begin{array}{ll} A & 4n \\ B & 14n \\ C & 21n \end{array}\right.$

$21n = 189$

$n = 9$

$\Rightarrow 39n = 351$

Por lo tanto, se repartió: S/. 351

Clave E

3. $C_1 = 43n$

$C_1 = 56n$

$\dfrac{G_1}{43} = \dfrac{G_2}{56} = k$

$56k - 43k = 13k = 390$

$\downarrow$

$k = 30$

$\therefore\ 99k = 2970$

Clave B

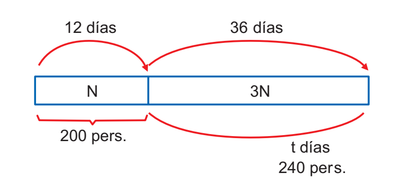
4. $\dfrac{(n.^\circ\ obreros)(n.^\circ\ horas)}{obra} = k$

$\dfrac{15 \,.\, 24 \,.\, 1}{\frac{1}{4}} = \dfrac{30 \,.\, x \,.\, 2}{\frac{3}{4}}$

$\therefore\ x = 18$

Clave E

5.



$\dfrac{200.12}{N} = \dfrac{240.t}{3N} \Rightarrow t = 30$

$\therefore\ 36 - 30 = 6$ días

Clave C

6.

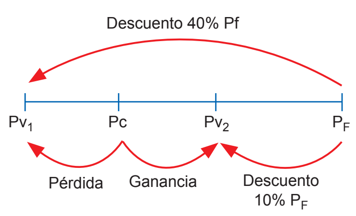
20 días	cte	20 días
6 h/d		9 h/d
24 costureras		x
6 eficiencia		8
300 pantalones		200
2 costuras		3

$$\frac{300.2}{6.24.6} = \frac{200.3}{9.x.8}$$

$\therefore$ x = 12 costureras

Clave A

7.



Del enunciado:

$\underbrace{\text{Pérdida}} = P = 60\%(Pv_2 - Pc)$

$Pc - Pv_1 = \frac{3}{5}(90\%\ P_F - Pc)$

$Pc - 60\%P_F = 54\%\ P_F - \frac{3}{5}Pc$

$\frac{8}{5}Pc = 114\%\ P_F$

$\therefore\ Pc = 71{,}25\%\ P_F$

Clave C

8. $P_F = 130\%Pc$ ... (1)

$\underbrace{G_B}_{6N} = \underbrace{G_N}_{N} + \underbrace{\text{gasto}}_{5N} \Rightarrow \text{Descuento} = 9N$

$Pv = Pc + G_N = 280$ ...(2)

$P_F = \underbrace{Pv}_{Pc + G_B} + 9N$

$30\%Pc = 15N$

$Pc = 50N$ ... (3)

Reemplazando (3) en (2):

$50N + 6N = 280$

$56N = 280$

$N = 5 \Rightarrow Pc = S/.250$

Reemplazando en (1):

$\therefore\ P_F = 130\%50\ .\ 5 = S/.325$

Clave E

9. Se extrae (5a) y se reemplaza por H_2O:

		⟵ (5a) de H_2O
OH	80 – 4a	
H_2O	20 – a	

Luego: $\left(\frac{80 - 4a}{100}\right).100\% = 60\%$

a = 5

Entonces se extrae: 5a = 5(5) = 25 L

Clave D

10.

	V_1		V_2
H_2O	70m	H_2O	45k
OH	30m	OH	55k
	30°		55°

$$\frac{100m + 100k}{30m + 55k} = \frac{5}{2}$$

10m = 15k

2m = 3k

$\Rightarrow\ k = 2a\ \wedge\ m = 3a$

$$P_m = \frac{300a\ .\ 15 + 200a\ .\ 20}{300a + 200a} = 17$$

$\therefore P_m = S/.17$

Clave C

11.

60°		30°		
10 L	+	20 L	⇒	30 L
P_1		P_2		S/.80

El precio por litro de alcohol será: P

$P.\ V_{OH} = 80(30)$

$P.\ (6 + 6) = 80(30)$

$P = 200$

Tomando como base un litro en cada mezcla:

$P_1 = 60\%1\ .\ (200) = 120$

$P_2 = 30\%1\ .\ (200) = 60$

Entonces:

$$P_m = \frac{120V + 60V}{2V}$$

$\therefore P_m = S/.90$

Clave D

APLICAMOS LO APRENDIDO (página 78) Unidad 4

1. $Dc = \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r}{1200}$

$Dc = \dfrac{6200\,.\,4\,.\,9}{1200}$

$Dc = S/.186$

Clave C

2. $Dc = \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100}$

$Dc = \dfrac{42\ 000\,.\,2\,.\,8}{100}$

$Dc = S/.6720$

Clave A

3. $Dc = \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r}{36\ 000}$

$Dc = \dfrac{19\ 200\,.\,45\,.\,11}{36\ 000}$

$Dc = 264$

Luego:

$Va = Vn - Dc$

$\Rightarrow Va = 19\ 200 - 264$

$\therefore Va = S/.18\ 936$

Clave B

4. Sabemos:

$Vn = \dfrac{Dc\,.\,Dr}{Dc - Dr} = \dfrac{120\,.\,80}{120 - 80}$

$\therefore Vn = S/.240$

Clave B

5. Por dato:

$Vn = S/.1800;\ r\% = 2\%$ mensual

$Va_r = S/.1500$

Como:

$Dr = Vn - Va_r$

$\Rightarrow Va_r\,.\,r\%\,.\,t = Vn - Va_r$

$1500\,.\,2\%\,.\,t = 1800 - 1500$

$\dfrac{3000}{100}t = 300$

$\therefore t = 10$ meses

Clave E

6. $Va = S/.40\ 000$

$Dc_1 = S/.4500$

Datos:

$Dc = Vn - Va$

$\dfrac{Vn\,.\,r\,.\,60}{36\ 000} = Vn - 40\ 000 \ldots (1)$

Luego:

$Dc_1 = \dfrac{Vn\,.\,r\,.\,45}{36\ 000}$

$4500 = \dfrac{Vn\,.\,r\,.\,45}{36\ 000}$

$3\ 600\ 000 = Vn\,.\,r \ldots (2)$

Reemplazando (2) en (1):

$\dfrac{3\ 600\ 000\,.\,60}{36\ 000} = Vn - 40\ 000$

$6000 = Vn - 40\ 000$

$\therefore Vn = S/.46\ 000$

Clave C

7. $Dr = \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r}{36\ 000 + t\,.\,r}$

$Dr = \dfrac{1\ 305\ 850\,.\,20\,.\,20}{36\ 000 + 20\,.\,20}$

$Dr = \dfrac{1\ 305\ 850\,.\,400}{36\ 400} = \dfrac{1\ 305\ 850}{91}$

$\therefore Dr = S/.14\ 350$

Clave B

8. Como: $\dfrac{Vn}{Va} = \dfrac{7}{3}$

$\Rightarrow Vn = 7k \ \wedge\ Va = 3k$

$Va = Vn - Dc$

$3k = 7k - 580 \Rightarrow k = 145$

Piden: $2Vn - 3Va$

$\Rightarrow 2Vn - 3Va = 2(7k) - 3(3k) = 5k$

$\therefore 2Vn - 3Va = S/.725$

Clave B

9.

t = 84 días
r = 12% anual
Vn = S/.72 000
20 de junio
12 sept.

$Dc = 72\ 000 \times \dfrac{12\%}{360} \times 84 = 2016$

Comisiones: $1\%(72\ 000) = 720$

Cambio de plazo: $2{,}5\%(72\ 000) = 1800$

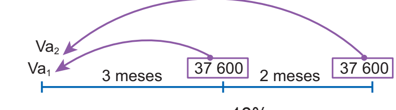
$Va = Vn - (Dc + \text{comisiones} + \text{cambio de plazo})$

$Va = 72\ 000 - (2016 + 720 + 1800)$

$\therefore Va = S/.67\ 464$

Clave C

10.



$Va_1 = 37\ 600 - 37\ 600 \times \dfrac{12\%}{12} \times 3$

$Va_1 = 36\ 472$

$Va_2 = 37\ 600 - 37\ 600 \times \dfrac{12\%}{12} \times 5$

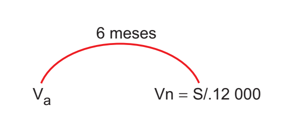
$Va_2 = 35\ 720$

Lo que pagará al contado será:

$Va_1 + Va_2 = 36\ 472 + 35\ 720 = S/.72\ 192$

Clave D

11.



$Va = Vn - Dc$

$Va = 12\ 000 - \dfrac{12\ 000\,.\,40\,.\,6}{1200} = 9600$

Del enunciado:

$Va_1 = Vn_2 - Dc_1$

$Va_2 = Vn_2 - Dc_2$

$Va_1 + Va_2 = 2Vn_2 - (Dc_1 + Dc_2)$

$9600 = 2x - \left(\dfrac{x\,.\,40\,.\,2}{1200} + \dfrac{x\,.\,40\,.\,8}{1200}\right)$

$9600 = 2x - \dfrac{x}{3} = \dfrac{5x}{3}$

$\therefore x = S/.5760$

Clave B

12. $t_{VC} = \dfrac{15k\,.\,3 + 10k\,.\,8 + 14k\,.\,5}{15k + 10k + 14k}$

$\Rightarrow t_{VC} = \dfrac{195k}{39k}$

$\therefore t_{VC} = 5$ meses

Clave C

13. $Va = Vn_1 - Dc_1$

$Va = 1500 - \dfrac{1500\,.\,80\,.\,5}{36\ 000}$

$Va = 1500 - \dfrac{50}{3} = \dfrac{4450}{3}$

Si se paga en efectivo S/.1000

$Dc_2 = Vn_2 - Va$

$\dfrac{Vn_2\,.\,30\,.\,5}{36\ 000} = Vn_2 - \left(\dfrac{4450}{3} - 1000\right)$

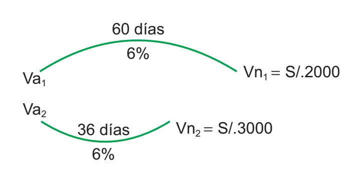
$\dfrac{1450}{3} = Vn_2 - \dfrac{Vn_2}{240}$

$\dfrac{1450}{3} = \dfrac{239Vn_2}{240}$

$\therefore Vn_2 = S/.485{,}35$

Clave D

14.



$Va_1 = Vn_1 - Dc_1 = 2000 - \dfrac{2000\,.\,6\,.\,60}{36\ 000}$

$Va_1 = 1980$

$Va_2 = Vn_1 - Dc_2 = 3000 - \dfrac{3000\,.\,6\,.\,36}{36\ 000}$

$Va_2 = 2982$

Comisión $= 1\%\,.\,2000 + 1\%\ 3000 = 50$

Piden:

$Va_1 + Va_2 - \text{comisión} = 1980 + 2982 - 50$

$= S/.4912$

Clave E

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 80) Unidad 4

Comunicación matemática

1.

2. El vencimiento contando 60 días a partir del 2 de febrero, será el 11 de abril. Pero al pagarse el 15 de febrero, hay un plazo de descuento de 47 días.

La tasa de descuento es de 5%

$$Dc = \frac{Vn\,.\,t\,.\,r}{36\,000} = \frac{500 \times 47 \times 5}{36\,000} = 3{,}26$$

El valor efectivo:
$Va = Vn - Dc$
$Va = 500 - 3{,}26 = S/.496{,}74$

Razonamiento y demostración

3. El descuento comercial es el interés del valor nominal durante el tiempo que falta para el vencimiento.

Podemos decir: Cada 100 descuenta r al año
Vn . t descuenta D_c

Formando la proporción: $100\,Dc = Vn\,.\,t\,.\,r$

$$Dc = \frac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100}$$

4. Aplicamos la fórmula:

$$Dc = \frac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100}$$

$$Dc = \frac{950\,.\,2\,.\,8{,}5}{100} = 161.5$$

Resolución de problemas

5. Por dato:
$Vn = S/.800;\ t = 3$ meses
20% anual $= \frac{20}{12}\%$ mensual
Sabemos:
$Dc = Vn\,.\,r\%\,.\,t$
$Dc = 800\left(\frac{20\%}{12}\right).\,3$
$\therefore\ Dc = S/.40$

Clave C

6. $Vn = \frac{Dc\,.\,Dr}{Dc - Dr} = \frac{400\,.\,360}{400 - 360}$

$\therefore Vn = S/.3600$

Clave A

7. Por dato:
$Vn = S/.1200;\ r = 5\%$ mensual
$Va_r = S/.1000$
$Dr = Vn - Va_r = 1200 - 1000$
$Va_r\,.\,r\%\,.\,t = 200$
$1000\,.\,5\%\,.\,t = 200$
$\therefore t = 4$ meses

Clave D

8. Por dato:
$Va_c = S/.3000$
$Dc = 4\%Vn$
$Vn - Va_c = 4\%Vn$
$96\%Vn = Va_c = 3000$
$\therefore Vn = S/.3125$

Clave E

9. Sabemos:
$Dr = Va_r\,.\,r\%\,.\,t$
Luego:
$18\,200 = Va_r\,.\,\frac{52\%}{12}\,.\,5$
$\Rightarrow Va_r = S/.84\,000$
$\therefore\ Vn = Va_r + Dr = S/.102\,200$

Clave D

Nivel 2 (página 80) Unidad 4

Comunicación matemática

10.

11. a) $Dc = S/.9{,}33$; $Va = S/.1190{,}66$
b) $Dc = S/.8{,}25$; $Va = S/.1491{,}75$
c) $Dc = S/.15{,}50$; $Va = S/.2984{,}50$

Razonamiento y demostración

12. El descuento racional es el interés del valor efectivo, durante el tiempo, que falta para el vencimiento, a la tasa de descuento r.

Decimos: Para 100 descuentan r al año
Va . t descuentan Dr

Formando la proporción:

$$100\,Dr = Va\,.\,t\,.\,r$$
$$Dr = \frac{Va\,.\,t\,.\,r}{100}$$
$$Dr = \frac{(Vn - Dr)\,t\,.\,r}{100}$$
$$Dr = \frac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100} - \frac{Dr\,.\,t\,.\,r}{100}$$
$$Dr\frac{(100 + t\,.\,r)}{100} = \frac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100}$$
$$Dr = \frac{Vn\,.\,t\,.\,r}{(100 + t\,.\,r)} \text{ (l. q. q. d.)}$$

13. Utilizando la fórmula deducida:

$$Dr = \frac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100 + t\,.\,r} = \frac{998\,.\,5\,.\,4}{100 + 5\,.\,4} = S/.158$$

$Va_r = 998 - 158$

$Va_r = S/.840$

Resolución de problemas

14. Por dato:
$\frac{Dc}{Vn} = \frac{3}{7}$
$\Rightarrow Dc = 3k \ \wedge\ Vn = 7k$
$7k\,.\,r\%\,.\,t = 3k \Rightarrow r\%\,.\,t = \frac{3}{7}$
Como:
$$Dr = \frac{Vn\,.\,r\%\,.\,t}{1 + r\%\,.\,t}$$
$$900 = \frac{Vn\,.\,\frac{3}{7}}{1 + \frac{3}{7}} = \frac{3Vn}{10}$$
$\therefore\ Vn = \$3000$

Clave A

15. Sabemos:
$Va = Vn - Vn\,.\,12\%\,.\,3$ ...(I)
$Va + 960 = Vn - Vn\,.\,12\%\,.\,2$ ...(II)

Restando (II) – (I):
$960 = Vn\,.\,12\%\,.\,1$
$\therefore Vn = S/.8000$

Clave C

16. Del enunciado:
$$Dc - Dr = 49$$
$$Vn\,.\,r\%\,.\,t - \frac{Vn\,.\,r\%\,.\,t}{1 + r\%\,.\,t} = 49$$
$$\frac{Vn\,(r\%t)^2}{1 + r\%t} = 49$$
$$\frac{Vn\,.\left(\frac{35\%}{360}\,.\,80\right)^2}{1 + \frac{35\%}{360}\,.\,80} = 49$$
$$\frac{\frac{Vn\,.\,49}{8100}}{\frac{97}{90}} = 49$$
$$\frac{Vn\,.\,49\,.\,90}{8100\,.\,97} = 49$$
$$\therefore Vn = S/.8730$$

Clave D

17. Por dato:
$Va_r = \frac{10}{11}Vn$
$\Rightarrow Va_r = 10k \wedge Vn = 11k$
Como:
$Dr = Vn - Va_r = 11k - 10k$
$10k\,.\,r\%t = k \Rightarrow r\%\,.\,t = 0{,}1$ ... (1)
Como:
$Dc = Vn\,.\,r\%t = 11k\,.\,r\%t$ ... (2)
Reemplazando (1) en (2):
$\Rightarrow Dc = 11k\,.\,0{,}1 = 1{,}1k$
Luego:
$Va_c = Vn - Dc = 11k - 1{,}1k$
$Va_c = 9{,}9k$
Entonces:
$Vac = x\%Vn$
$9{,}9k = x\%11k$
$\Rightarrow x\% = 90\%$
Por lo tanto:
El valor actual comercial es el 90% del valor nominal.

Clave A

18. $D_1 + D_2 = 810$
$$\frac{Vn_1\,.\,4\%.50}{360} + \frac{Vn_2\,.\,4\%.70}{360} = 810$$
Reduciendo:
$5Vn_1 + 7Vn_2 = 729\,000$ ...(I)
Luego:
$D_1' + D_2' = 680$
$$\frac{Vn_1\,.\,4\%\,.\,40}{360} + \frac{Vn_2\,.\,4\%\,.\,60}{360} = 680$$
Reduciendo:
$2Vn_1 + 3Vn_2 = 306\,000$ ...(II)

Resolviendo (I) $\wedge$ (II):

$Vn_1 = S/.45\ 000$

$Vn_2 = S/.72\ 000$

Clave A

19. $\dfrac{Dc}{Dr} = \dfrac{x+1}{x}$

Por propiedad:

$Dc = (x+1)m \quad \wedge \quad Dr = xm$

$Vn = \dfrac{Dc \,.\, Dr}{Dc - Dr}$

$Vn = (x+1)xm \quad ...(I)$

Por dato:

$\dfrac{Va_c}{Va_r} = \dfrac{126}{128} = \dfrac{(x+1)xm - (x+1)m}{(x+1)xm - xm}$

$\dfrac{126}{128} = \dfrac{x^2 - 1}{x^2} \Rightarrow \dfrac{64-1}{64} = \dfrac{x^2-1}{x^2}$

$x = 8$

En (I):

$Vn = 72m = 14\ 400$ (dato)

$m = 200$

Piden:

$Dc - Dr = m$

$\therefore Dc - Dr = S/.200$

Clave C

Nivel 3 (página 81) Unidad 4

Comunicación matemática

20. A) $Dr = S/.9{,}00$, $\quad Va = S/.7200{,}00$

B) $Dr = S/.90{,}00$, $\quad Va = S/.18\ 000{,}00$

C) $Dr = S/.75{,}00$, $\quad Va = S/.4500{,}00$

21. El descuento comercial se llama abusivo porque en él, el banquero cobra el % de interés sobre una cantidad mayor que la que él desembolsa.

Lo justo sería que cobrara el interés sobre la cantidad que él desembolsa, es decir, sobre el valor efectivo.

La razón de que se emplee más el descuento comercial, es que su cálculo es muy sencillo y a un corto plazo es insignificante la diferencia entre los descuentos.

Razonamiento y demostración

22. Sea d la diferencia entre los descuentos:

$d = Dc - Dr$

$d = \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100} - \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100 + t\,.\,r}$

$d = \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r(100 + t\,.\,r) - Vn\,.\,t\,.\,r(100)}{100\,.\,(100 + t\,.\,r)}$

$d = \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r(t.r)}{100 + t\,.\,r \;\; 100}$

$d = Dr\,.\,\dfrac{t\,.\,r}{100}$ equivalente a aplicarle interés al descuento racional.

23. $Dc = \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100} = \dfrac{900\,.\,1/6\,.\,6}{100} = S/.9{,}00$

$Dr = \dfrac{Vn\,.\,t\,.\,r}{100 + t\,.\,r} = \dfrac{900\,.\,1/6\,.\,6}{100 + 1/6\,.\,6} = S/.8{,}91$

$d = Dc - Dr = S/.0{,}09 = \dfrac{Dr\,.\,t\,.\,r}{100} = S/.0{,}09$

Resolución de problemas

24. $\dfrac{Vn_1}{Vn_2} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow Vn_1 = 3k,\ Vn_2 = 5k$

Luego: $Vn_3 = 4k$

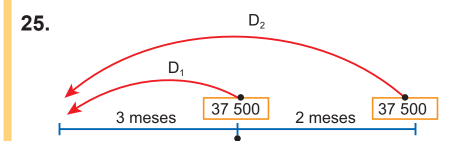
$t_{VC} = \dfrac{(3k)30 + (5k)42 + (4k)60}{3k + 5k + 4k}$

$t_{VC} = \dfrac{540}{12}$

$\therefore\ t_{VC} = 45$ días

Clave E

25.



$D_1 = 37\ 500.\left(\dfrac{6\%}{12}\right) \times 3 = 562{,}5$

$D_2 = 37\ 500.\left(\dfrac{6\%}{12}\right) \times 5 = 937{,}5$

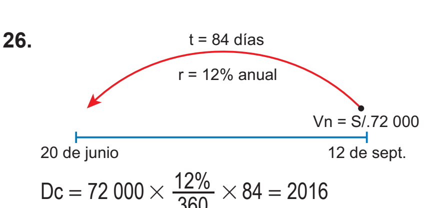
Entonces, el traspaso costará:

$75\ 000 - (D_1 + D_2)$

$75\ 000 - (562{,}5 + 937{,}5) = S/.73\ 500$

Clave A

26.



$Dc = 72\ 000 \times \dfrac{12\%}{360} \times 84 = 2016$

Comisiones: $1\%(72\ 000) = 720$

Cambio de plazo: $2{,}5\%(72\ 000) = 1800$

$Va = Vn - (Dc + \text{comisiones} + \text{cambio de plazo})$

$Va = 72\ 000 - (2016 + 720 + 1800)$

$\therefore\ Va = S/.67\ 464$

Clave C

27. Sea el valor del auto: 100k

Inicial: $40\%(100k) = 40k$

Valor de la letra: 60k

En un mes:

$Va_1 = 60k - 60k(5\%)(1)$

$Va_1 = 57k$

En el mes siguiente:

$Va_2 = 60k - 60k(5\%)(2)$

$Va_2 = 54k$

El beneficio será: $57k - 54k = 3k$

Por dato: $3k = n\%(100k)$

$\therefore\ n = 3$

Clave C

28. Por vencimiento común y tomando como base el 20 de julio.

$30 = \dfrac{12\ 000\,.\,0 + x\,.\,15 + (36\ 000 - x)60}{48\ 000}$

$x = 16\ 000$

Nos piden:

$Vn_3 - Vn_2 = 20\ 000 - 16\ 000 = S/.4000$

Clave A

29. Por vencimiento común:

Vn:	k	2k	3k	nk
t_1:	1	3	5	(2n – 1)

Luego:

$t_{vc} = \dfrac{k\,.\,1 + 2k\,.\,3 + 3k\,.\,5 + ... + nk(2n-1)}{\dfrac{n(n+1)k}{2}}$

Reduciendo:

$t_{vc} = \dfrac{2}{3}(2n+1) - 1 = \dfrac{4n-1}{3}$

Por dato:

$9 < \dfrac{4n-1}{3} < 11$

$7 < n < 8{,}5$

$\therefore n = 8$

Clave C

APLICAMOS LO APRENDIDO (página 82) Unidad 4

1. Debemos hallar la suma de edades, para esto usaremos un promedio en cada intervalo y lo multiplicaremos por su frecuencia correspondiente. Finalmente para hallar el promedio dividiremos entre la suma de frecuencias:

$$\frac{23\times 8+27\times 18+31\times 13+35\times 11}{18+13+11+8}$$

$$=\frac{1458}{50}=29,16$$

Clave A

2. Del dato:

$$\frac{10+120+\overline{a0}}{10+30+\overline{(a-4)0}+\overline{a0}+100+120}=\frac{55}{100}$$

$$\frac{\overline{a0}+130}{\overline{(a-4)0}+\overline{a0}+260}=\frac{11}{20}$$

$$200a+2600=220a+2860-440$$

$$a=9$$

Ahora: $\frac{(50+10)}{400}\times 100\% = 15\%$

Clave A

3. De los datos tenemos que R es el 15% y que M es el $\frac{102}{360}\times 100\% = 28,\hat{3}\%$

Entonces A es el $(100-15-28,\hat{3})\% = 56,\hat{6}\%$

$\Rightarrow 56,\hat{6}\%\times 300 = 170$ es la cantidad de personas que prefieren A.

Clave B

4.

I_i	x_i	f_i	F_i
[6; 16⟩	11	10	10
[16; 26⟩	21	16	26
[26; 36⟩	31	20	46
[36; 46⟩	41	9	55
[46; 56]	51	5	60
	n =	60	

Clase mediana es I_3, puesto que $46 \geq \frac{60}{2} = 30$.

Sabemos:

$$Me = L_m + w_m\left[\frac{\frac{n}{2}-F_{(m-1)}}{f_m}\right]$$

$$Me = 26 + (36-26)\left[\frac{\frac{60}{2}-26}{20}\right]$$

$$Me = 26 + 10\left[\frac{4}{20}\right] = 26 + 2$$

$\therefore$ Me = 28

Clave D

5. Del gráfico se observa:

I_i	x_i	f_i	$x_i f_i$
[10; 20⟩	15	4	60
[20; 30⟩	25	8	200
[30; 40⟩	35	12	420
[40; 50⟩	45	6	270
[50; 60]	55	2	110
		32	

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i}{n}$$

$$\overline{X}=\frac{60+200+420+270+110}{32}$$

$$\overline{X}=\frac{1060}{32}$$

$\therefore\ \overline{X} = 33,125$

Clave D

6.

I_i	X_i	f_i	F_i
[20; 26⟩	23	6	6
[26; 32⟩	c = 29	8	14
[a; 38⟩	35	n = 12	26
[38; 44⟩	d = 41	10	m = 36
[44; b⟩	47	8	44
[50; 56⟩	53	6	50

Sea w el ancho de clase, como se tiene 6 filas, entonces:
$6w = 56 - 20 = 36$
$\Rightarrow w = 6$

Analizando:
$a = 32 \ \wedge\ b = 50$
$\therefore\ a+b+c+d+n+m = 32+50+29+41+12+36 = 200$

Clave B

7. $3w = 30 - 12 = 18$

$\Rightarrow w = 6$

Completando el cuadro:

I_i	x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
[6; 12⟩	9	5	5	45
[12; 18⟩	15	10	15	150
[18; 24⟩	21	17	32	357
[24; 30⟩	27	11	43	297
[30; 36⟩	33	7	50	231

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i}{n}$$

$$\overline{X}=\frac{45+150+357+297+231}{50}$$

$\overline{X} = \frac{1080}{50}$ $\therefore \overline{X} = 21,6$

Clave A

8. Completando la tabla:

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[30; 50⟩	18	18	0,20	0,20
[50; 70⟩	a		0,10	0,30
[70; 90⟩	27		0,30	0,60
[90; 110⟩			0,40	1
	n			

$h_3 = \frac{27}{n}$

$0,30 = \frac{27}{n} \Rightarrow n = 90 \Rightarrow h_1 = \frac{f_1}{n} = \frac{18}{90} = 0,20$

Luego:

$h_2 = 0,10 \Rightarrow \frac{a}{90} = 0,10 \Rightarrow a = 9$

$\therefore f_2 + h_1 = 9 + 0,20 = 9,2$

Clave A

9. Sean a, b, c las cantidades de personas que prefieren A, B y C, respectivamente.

$144° \longrightarrow a$

$\Rightarrow a = \frac{144°.300}{360°} = 120$

$100\% \longrightarrow 300$

$25\% \longrightarrow b$

$\Rightarrow b = \frac{25\%.300}{100\%} = 75$

Luego:

$a + b + c = 300$

$120 + 75 + c = 300 \Rightarrow c = 105$

Clave C

10.

I_i	f_i	x_i	$x_i\,f_i$
[20; 30⟩	28	25	700
[30; 40⟩	56	35	1960
[40; 50⟩	84	45	3780
[50; 60⟩	42	55	2310
[60; 70⟩	14	65	910

$\overline{X} = \frac{700 + 1960 + 3780 + 2310 + 910}{224}$

$\overline{X} = \frac{9660}{224} = 43,125$

Clave D

11. n.° hijos — familias

n.° hijos		familias
0	⟶	2
1	⟶	3
2	⟶	4
3	⟶	6
4	⟶	4
5	⟶	1

4 + 6: } x = 10 familias

n = 20 familias

Piden:

$\frac{x}{n} . 100\% = \frac{10}{20} . 100\%$

$\therefore \frac{x}{n} . 100\% = 50\%$

Clave C

12. $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{K} x_i f_i}{N}$

$\overline{X} = \frac{(12,5)3 + (17,5)5 + (22,5)7 + (27,5)4 + (32,5)2}{21}$

$\overline{X} = 21,79$

Clave B

13. $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{K} (x_i - \overline{X})^2 f_i}{N}$

$S^2 = \frac{(12,5 - 21,79)^2 3 + ... + (31,5 - 21,79)^2 2}{21}$

$S^2 = 157,88$

$S = 12,57$

Clave E

14.

x_i	f_i	h_i
12	a = 30	0,25
d = 20	45	0,375
28	b = 30	0,25
e = 36	c = 15	0,125
Total	120	1

(+ 8, + 8, + 8 entre valores consecutivos de x_i)

$h_2 = \frac{45}{120} = 0,375$

$h_4 = 0,125$

$\frac{a}{n} = h_1 \Rightarrow \frac{a}{120} = 0,25$

$a = 30$

$\frac{b}{120} = 0,25 \Rightarrow b = 30$

$\frac{c}{120} = 0,125 \Rightarrow c = 15$

$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{4} f_i x_i}{n}$

$\overline{X} = \frac{12 . 30 + 20 . 45 + 28 . 30 + 36 . 15}{120}$

$\therefore \overline{X} = 22$

Clave D

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 84) Unidad 4

Comunicación matemática

1.

2.

Razonamiento y demostración

3. Sabemos que la fórmula es:

$$Me = L_m + w_m\left[\frac{N/2 - F_{m-1}}{f_m}\right]$$

La mitad de términos $\frac{21}{2} = 10{,}5$ y este se encuentra en el intervalo 3, entonces reemplazando:

$$Me = 60 + 20\left[\frac{10{,}5 - 3}{10}\right]$$

$Me = 75$

4. La fórmula es: $Mo = L_o + wo\left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right]$,

el intervalo con mayor frecuencia es el 3.

Reemplazando:

$$Mo = 60 + 20\left[\frac{8}{8+5}\right] = 72{,}3$$

Resolución de problemas

5. Del dato:

$$\frac{4n + 3n}{4n + 3n + 3n + x + 4x} = \frac{35}{100}$$

$$\frac{7n}{10n + 5x} = \frac{7}{20}$$

$$4n = 2n + x$$

$$x = 2n$$

Nos piden: $\dfrac{\frac{3}{4}(4n) + x + 4x + (3n)\frac{1}{2}}{10n + 5x} = \dfrac{3n + 2n + 8n + \frac{3n}{2}}{20n} = 72{,}5\%$

Clave E

6. n.° tardanzas = 20 + 25 + 30 + 30 + 40 = 145

Clave A

7. Sea x el porcentaje del total de tardanzas del día martes.

$$\frac{\text{n.° tardanzas día martes}}{\text{n.° tardanzas totales}} = \frac{40}{145} = 0{,}276$$

$x = 0{,}276 \, . \, 100\%$

$x = 27{,}6\%$

Clave B

8. n.° tardanzas del martes ⟶ 100%

n.° tardanzas de miércoles ⟶ y%

Entonces:

40 ⟶ 100%

25 ⟶ y%

y = 62,5

Piden:

100% – 62,5% = 37,5%

Clave D

9. n.° tardanzas del jueves ⟶ 100%

n.° tardanzas del miércoles ⟶ y%

Entonces:

30 ⟶ 100%

25 ⟶ y%

$$y = \frac{25 \, . \, 100}{30} \Rightarrow y = 83{,}3$$

Piden:

100% – 83,3% = 16,7%

Clave B

10. Los ordenamos

4, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 11, 13, 14

Q_1: $\frac{(4+5)}{2} = 4{,}5$ $\quad Q_2$: $\frac{9+10}{2} = 9{,}5$ $\quad Q_3$: $\frac{11+11}{2} = 11$

$\Rightarrow Q_1 = 4{,}5$

$Q_2 = 9{,}5$

$Q_3 = 11$

Nivel 2 (página 84) Unidad 4

Comunicación matemática

11.

I_i	x_i	f_i	h_i	H_i
[30; 50⟩	40	20	0,2	0,2
[50; 70⟩	60	40	0,4	0,6
[70; 90⟩	80	30	0,3	0,9
[90; 110⟩	100	10	0,1	1
Total		100		

Si: $f_2 = 40 \wedge N = 100 \Rightarrow h_2 = 0{,}4$

La mediana se encuentra en el intervalo 2 ya que $H_2 \geq 0{,}5$

$$M_e = 50 + 20\left[\frac{50 - 20}{40}\right] = 65$$

12.

Razonamiento y demostración

13. Partimos de la fórmula para datos no tabulados:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{K} d_i}{N},$$

siendo d_i cada dato del grupo estudiado.

En una tabla ya no usamos cada dato sino el promedio de cada intervalo, es decir, la marca de clase y a este lo multiplicamos por la frecuencia. Quedaría:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{N}, \text{ como } \frac{f_i}{N} = h_i$$

queda: $\overline{X} = \sum_{i=1}^{k} x_i h_i$

14. $\overline{X} = \dfrac{30.1 + 50.2 + 70.10 + 90.5 + 110.3}{21} \Rightarrow \overline{X} = 76{,}\widehat{6}$

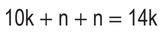
Resolución de problemas

15. Del enunciado:

$f_4 = f_5$

Completando el cuadro.

I_i	f_i	F_i
[5; 15⟩	3k	3k
[15; 20⟩	2k	5k
[20; 25⟩	5k	10k
[25; 30⟩	n	10k + n
[30; 40⟩	n	14k
[40; 45⟩	k	15k
	15k	



$10k + n + n = 14k$

$2n = 4k \Rightarrow n = 2k$

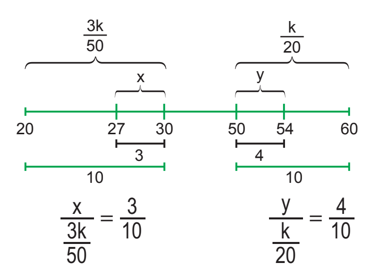
Tienen por lo menos 20 años: 10k

Piden: $\frac{10k}{15k} \cdot 100\% = 66,\hat{6}\%$

Clave B

16. n.° total de personas: k

$$\frac{k}{25} + \frac{3k}{50} + \frac{k}{50} + \frac{3k}{100} + \frac{k}{20} = \frac{k}{5}$$



$$\frac{x}{\frac{3k}{50}} = \frac{3}{10} \qquad \frac{y}{\frac{k}{20}} = \frac{4}{10}$$

$$x = \frac{3}{10}\left(\frac{3k}{50}\right) = \frac{9k}{500}$$

$$y = \frac{4}{10}\left(\frac{k}{20}\right) = \frac{2k}{100}$$

Sea z: frecuencia relativa entre S/.27 y S/.54.

$$z = \frac{9k}{500} + \frac{k}{50} + \frac{3k}{100} + \frac{2k}{100} = \frac{44k}{500}$$

Piden:

$$\frac{z}{n}.100\% = \frac{\frac{44k}{500}}{\frac{k}{5}}.100\% = \frac{5.44k}{500k}.100\%$$

$$\therefore \frac{z}{n} \cdot 100\% = 44\%$$

Clave E

17. Completamos el cuadro:

Edades	f_i	h_i	H_i
[12; 18⟩	a = 10	0,10	0,10
[18; 24⟩	b = 30	0,30	0,40
[24; 30⟩	40	$\frac{40}{n}$	
[30; 36⟩	20	$\frac{20}{n}$	
	n = 100	1	

$$0,10 + 0,30 + \frac{40}{n} + \frac{20}{n} = 1$$

$$0,40 + \frac{60}{n} = 1$$

$$\frac{60}{n} = 0,6 \Rightarrow n = 100$$

Como:

$h_1 = 0,10$

$\frac{a}{n} = 0,10 \Rightarrow \frac{a}{100} = 0,10 \Rightarrow a = 10$

$h_2 = 0,30$

$\frac{b}{n} = 0,30 \Rightarrow \frac{b}{100} = 0,30 \Rightarrow b = 30$

Luego:

30 20
x y y
18 20 24 30 33 36
4
6

$$\frac{x}{30} = \frac{4}{6} \qquad 2y = 20$$

$$\Rightarrow x = 20 \qquad \Rightarrow y = 10$$

Sea z% el tanto por ciento del total que tienen edades desde 20 hasta 33 años.

$$z\% = \left(\frac{x + 40 + y}{100}\right).100\%$$

$$z\% = \left(\frac{20 + 40 + 10}{100}\right).100\%$$

$$\therefore z\% = 70\%$$

Clave D

18. Completando el cuadro:

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[10; 20⟩	a = 8	8	0,1	0,1
[20; 30⟩	b = 6	14	0,075	0,175
[30; 40⟩	24	38	0,3	0,475
[40; 50⟩	30	68	0,375	0,85
[50; 60⟩	12	80	0,15	1
	n = 80		1	

Como:

$h_3 = \frac{f_3}{n}$

$0,3 = \frac{24}{n} \Rightarrow n = 80$

$h_4 = \frac{30}{80} \Rightarrow h_4 = 0,375$

$h_1 = \frac{a}{80}$

$0,1 = \frac{a}{80} \Rightarrow a = 8$

$h_2 = \frac{b}{80}$

$0,075 = \frac{b}{80} \Rightarrow b = 6$

Piden:

$f_1 + f_3 + F_4 = 8 + 24 + 68 \qquad \therefore f_1 + f_3 + F_4 = 100$

Clave D

19. Los ordenamos:

D_1 = la décima parte, $D_3 = \frac{3}{10}$ partes

$D_5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ parte

4, 4, 5, 5, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 13, 14, 14, 14

↑ D_1 ↑ D_3 ↑ D_5

$D_1 = 4$

$D_3 = 8 \rightarrow D_1 + D_3 + D_5 = 21$

$D_5 = 9$

Clave D

20.

$$\overline{X} = \frac{4 + 5 + 4 + 9 + 3 + 6 + 7 + 6 + 8 + 2}{10} = \frac{54}{10} = 5,4$$

$$S = \sqrt{\frac{(1,4)^2 + (0,6)^2 + (1,4)^2 + ... + (3,4)^2}{10}} = 2,11$$

$$CV = \frac{S}{\overline{X}} \times 100\% = \frac{2,11}{5,44} \times 100\% = 39,1\%$$

Clave C

Nivel 3 (página 85) Unidad 4

Comunicación matemática

21.

x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
20	10	10	h_1
40	16	26	$0,26 - h_1$
60	19	45	$h_1 + 0,09$
80	26	71	0,26
100	19	90	$h_1 + 0,09$
120	10	100	h_1

$$\sum_{i=1}^{6} h_i = 1 \Rightarrow h_1 + 0,26 - h_1 + h_1 + 0,09 + 0,26 + h_1 + 0,09 + h_1 = 1$$

$$3h_1 + 0,7 = 1 \Rightarrow h_1 = 0,1$$

$h_3 + x_1 + F_3 = 65,14$

I. V II. F III. F

22.

I_i	x_i	f_i	h_i	H_i
[8; 20⟩	14	10	0,10	0,10
[20; 32⟩	26	15	0,15	0,25
[32; 44⟩	38	20	0,20	0,45
[44; 56⟩	50	25	0,25	0,70
[56; 68⟩	62	30	0,30	1
		100		

I. V, $x_5 + f_4 = \overline{ab}$

$62 + 25 = \overline{ab}$

$87 = \overline{ab} \Rightarrow a + b = 15 = \overset{\circ}{3}$

II. F, CD (x_4) = CD (50)

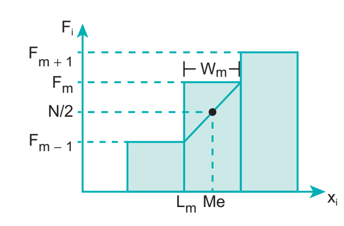
$= (1 + 1)(2 + 1) = 6$

III. F, $f_1 \times h_1 \times f_5 \times h_5 = 10(0,1)30(0,3) = 9 = 3^2$

$\Rightarrow 62 + (3 \,.\, 2) = 68 \neq \overset{\circ}{37}$

Razonamiento y demostración

23.



Por semejanza de triángulos:

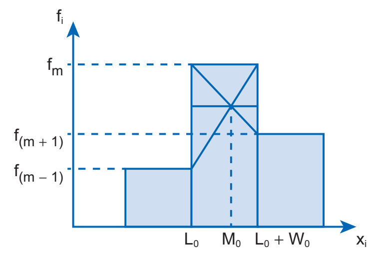
$$\frac{F_m - F_{(m-1)}}{W_m} = \frac{N/2 - F_{(m-1)}}{Me - L_m}$$

$$Me - L_m = \frac{w_m(N/2 - F_{(m-1)})}{F_m - F_{(m-1)}}$$

$$Me = L_m + \frac{w_m(N/2 - F_{(m-1)})}{f_m}$$

$$Me = L_m + w_m\left[\frac{N/2 - F_{(m-1)}}{f_m}\right]$$

24.



Por semejanza:

$$\frac{f_m - f_{(m-1)}}{M_o - L_o} = \frac{f_m - f_{(m+1)}}{L_o + W_o - M_o}$$

Hacemos: $d_1 = f_m - f_{(m-1)} \wedge d_2 = f_m - f_{(m+1)}$

Queda:

$$\frac{d_1}{M_o - L_o} = \frac{d_2}{L_o + W_o - M_o}$$

$d_1L_o + d_1W_o - d_1M_o = d_2M_o - L_od_2$

$L_o(d_1 + d_2) + d_1W_o = (d_1 + d_2)M_o$

$d_1W_o = (d_1 + d_2)(M_o - L_o)$

$$W_o\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) = M_o - L_o$$

$$M_o = L_o + W_o\left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right]$$

Resolución de problemas

25.

Intervalos	f_i	h_i	F_i	H_i
[10; 20⟩				
[20; 30⟩				0,25
[30; 40⟩	a = 30	0,3		0,55
[40; 50⟩	25	0,25	n = 80	0,8
[50; 60⟩	20	0,2	100	1
	m = 100			

$h_5 = 0,2$

$\frac{20}{m} = 0,2 \Rightarrow m = 100$

$h_4 = \frac{25}{100} = 0,25$

$h_3 = 0,3$

$\frac{a}{100} = 0,3 \Rightarrow a = 30$

$F_4 + f_5 = 100$

$n + 20 = 100$

$\Rightarrow n = 80$

Además:

$f_1 + f_2 + 30 + 25 + 20 = 100$

$f_1 + f_2 = 25$

$\therefore f_1 + f_2 + n = 105$

Clave C

26.

Intervalos	f_i	F_i	h_i	$h_i \times 100\%$	$H_i \times 100\%$
[24; 34⟩	a = 8	8	0,08	8%	8%
[34; 44⟩	b = 32	40	0,32	32%	40%
[44; 54⟩	42	82			
[54; 64⟩	18	100			100%
Total	n = 100				

$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 1$

$0{,}08 + 0{,}32 + \frac{42}{n} + \frac{18}{n} = 1 \Rightarrow 0{,}40 + \frac{60}{n} = 1$

$\frac{60}{n} = 0{,}6 \Rightarrow n = 100$

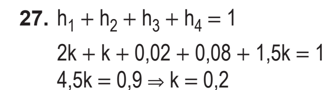
$h_1 = 0{,}08 \qquad h_2 = 0{,}32$

$\frac{a}{100} = 0{,}08 \qquad \frac{b}{100} = 0{,}32$

$\Rightarrow a = 8 \qquad \Rightarrow b = 32$

$\therefore f_1 + f_3 + F_3 = 8 + 42 + 82 = 132$

Clave B



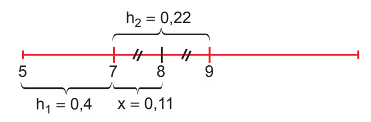
27. $h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 1$

$2k + k + 0{,}02 + 0{,}08 + 1{,}5k = 1$

$4{,}5k = 0{,}9 \Rightarrow k = 0{,}2$

Reemplazando el valor de k en el cuadro.

I_i	[5; 7⟩	[7; 9⟩	[9; 12⟩	[12; 15⟩
h_i	0,4	0,22	0,08	0,3



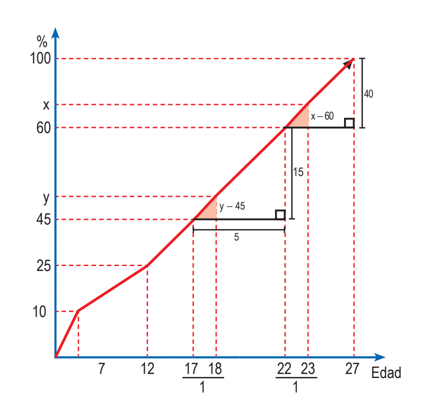
Piden:

$\left(\frac{h_1 + x}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4}\right).100\% = \left(\frac{0{,}51}{1}\right)100\%$

$= 51\%$

Clave B

28.



Se observa:

$\frac{y - 45}{1} = \frac{15}{5}$ (por semejanza)

$y - 45 = 3 \Rightarrow y = 48$

$\frac{x - 60}{1} = \frac{40}{5}$ (por semejanza)

$x - 60 = 8 \Rightarrow x = 68$

Piden:

$x\% - y\% = 20\%$

Clave C

29.

	f_i	h_i
aprueban	a = 180	
desaprueban	5b = 100	5d
no sabe no opina	b = 20	d
	n = 300	

$\frac{h_2}{h_3} = \frac{\frac{f_2}{n}}{\frac{f_3}{n}} = \frac{f_2}{f_3} \Rightarrow \frac{f_2}{f_3} = \frac{h_2}{h_3} = 5$ (dato)

$f_1 - f_2 = 80 \Rightarrow a - 5b = 80 \qquad ...(1)$

$f_1 - f_3 = 160 \Rightarrow a - b = 160$

$a = 160 + b \qquad ...(2)$

Reemplazando (2) en (1):

$(160 + b) - 5b = 80$

$160 - 4b = 80 \Rightarrow 4b = 80$

$\Rightarrow b = 20$

Reemplazando el valor de b en (2):

$a = 180 \ \wedge \ n = 300$

$h_3 = \frac{b}{n} = \frac{20}{300} = \frac{1}{15}$

Porcentaje que aprueba al presidente:

$x\% = \left(\frac{180}{300}\right)100\% = 60\% \Rightarrow x = 60$

$\Rightarrow n + x + 60h_3 = 300 + 60 + 60\left(\frac{1}{15}\right)$

$\therefore \ n + x + 60h_3 = 364$

Clave E

30. A) 2, 3, 4, 5, 7

$\overline{X} = \frac{2+3+4+5+7}{5} = \frac{21}{5} = 4{,}2$

$S = \sqrt{\frac{3^2 + 2^2 + 1^2 + 0 + 2^2}{5}} = \sqrt{\frac{18}{5}} = 1{,}9$

B) 20, 25, 20, 22, 21

$\overline{X} = \frac{20+25+20+22+21}{5} = \frac{108}{5} = 21{,}6$

$S = \sqrt{\frac{(1{,}6)^2 + (3{,}4)^2 + (1{,}6)^2 + (0{,}4)^2 + (0{,}6)^2}{5}} = 1{,}85$

$CV(a) = \frac{1{,}9}{4{,}2} = 45\%$

$CV(b) = \frac{1{,}85}{21{,}6} = 8{,}56\%$

La dispersión de b es mayor a a.

Clave B

31.

I_i	f_i	F_i	h_i
[20; 30⟩	12	12	0,2
[30; 40⟩	9	21	0,15
[40; 50⟩	18	39	0,3
[50; 60⟩	9	48	0,15
[60; 70⟩	12	60	0,2

$W = \frac{60 - 20}{4} = 10$

$n = 60 \ \wedge \ f_i = h_i(n) \ \Rightarrow f_2 = 9$

Por simetría: $f_5 = 12$, $f_4 = 9$

Como: $h_1 + h_2 + h_3 + h_5 = 1$

$h_3 = 0{,}3$

$Mo = L_o + W_o\left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right] \Rightarrow Mo = 40 + 10\left[\frac{9}{18}\right]$

$Mo = 45$

Clave D

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 89) Unidad 4

Comunicación matemática

1.

2. Para completar la expresión, necesitamos todos los arreglos posibles de 3 elementos tomados de los 5 que tenemos.

   Por tanto tendremos:

   $V_3^5 = \frac{5!}{2!} = 60$ resultados.

Clave C

Razonamiento y demostración

3. Tenemos:

   $$C_n^m = \frac{m!}{n!(m-n)!} = \frac{m!}{(m-n)!n!} = C_{m-n}^m$$

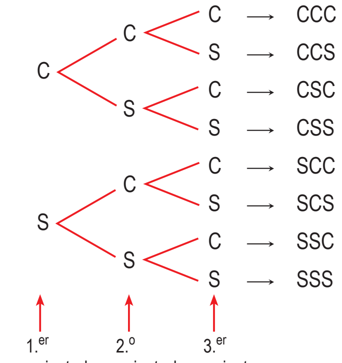
   y queda demostrada la igualdad.

4. Sabemos que en una variación nos importa el orden de los elementos, es decir, buscamos todos los arreglos posibles. En el caso V_n^m, se encuentran todos los grupos de tamaño n que se presenta en el conjunto, esto se puede realizar de C_n^m formas, y posteriormente se realiza todas las ordenaciones posibles de cada grupo, esto es P_n. Luego por el principio de multiplicación tenemos:

   $$C_n^m \times P_n = V_n^m$$

Resolución de problemas

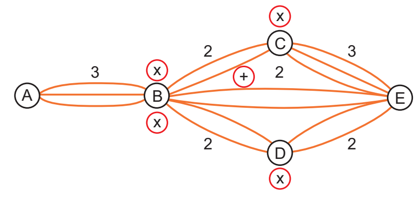
5. Obtendremos todos los ordenamientos posibles usando el diagrama de árbol.



   De todos los casos posibles los que cumplen son: (CCS, CSC, SCC) hay 3 ordenamientos.

Clave A

6.



   Hay $3 \times 2 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 = 36$ formas posibles de llegar de A a E.

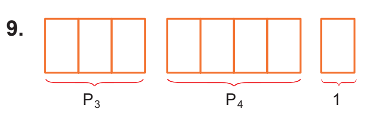
Clave B

7. La camisa la podemos elegir de cinco maneras distintas, para cada una de ellas podemos escoger el pantalón de tres maneras distintas. por lo tanto hay $5 \times 3 = 15$ maneras de escoger un pantalón y una camisa.

8. Para cada una de las letras de la palabra que queremos formar tenemos cuatro que podemos escoger. Por lo tanto, hay $4^3 = 64$ palabras.

Clave B

9.



   Además, como los tomos de cada obra deben estar juntos se pueden considerar como un bloque.
   Luego:
   $(P_3 \,.\, P_4 \,.\, 1)P_3 = 864$

Clave E

Nivel 2 (página 89) Unidad 4

Comunicación matemática

10.

A	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7
1	3	6	10	x	6	13
1	4	10	20	20	26	39
1	5	15	35	55	81	120
						B

   Se puede ir de A hasta B de 120 maneras diferentes.

Clave E

11. Analicemos las posibilidades de movimiento del blanco:

T	C	A	R	R	A	C	T
P	P	P	P	P	P	P	P

   Cada peón tiene 2 posibilidades de movimiento, una casilla adelante o dos casillas adelante. Como son 8 peones ya tenemos 16 posibles movimientos, además cada caballo tiene 2 posibles movimientos, al ser 2 caballos tenemos 4 movimientos posibles. Es decir, un total de 20 posibles movimientos el jugador blanco, un análisis recíproco de las fichas negras nos da 20 posibilidades. En total se tienen $20 \times 20 = 400$ posibles jugadas.

Razonamiento y demostración

12. Escogemos una casilla negra cualquiera si eliminamos su fila y columna, nos queda 12 casillas blancas para escoger. Como este procedimiento se puede repetir para cada una de las 18 casillas negras entonces tenemos $12 \times 18 = 216$ maneras diferentes de escoger dos casillas, una blanca y una negra.

13. Podemos plantear el problema como una combinanción, puesto que necesitamos escoger subconjuntos de 2 personas de las n que asistieron, esto es: $C_2^n = \frac{n!}{(n-2)!2!}$

   La fórmula será: $\frac{n(n-1)}{2}$.

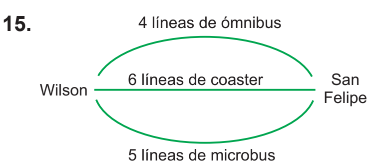
Resolución de problemas

14. $V_5^5 = \frac{5!}{(5-5)!} = 5!$

   $\therefore V_5^5 = 120$

Clave B

15.



   Por lo tanto, se pueden realizar de $4 + 6 + 5 = 15$ maneras.

Clave B

16. 5 faldas y 3 blusas ⇒ 15 maneras

   9 pantalones y 6 polos ⇒ 54 maneras

   Por lo tanto:

   Se podrá vestir de 69 maneras distintas.

Clave D

17. Se pueden coger de:

   $C_1^5 \,.\, C_1^7 = 5 \,.\, 7 = 35$ maneras

Clave A

18. zapatos pantalones blusas

   $2 \times 3 \times 4 = 24$ días

   Por lo tanto:

   Como noviembre tiene 30 días, deberá repetir su forma de vestir 6 días.

Clave C

Nivel 3 (página 90) Unidad 4

Comunicación matemática

19. El recorrido más largo es:

   20, 19, 17, 15, 11, 9, 4, 3, 2, 1 ó
   20, 19, 17, 15, 11, 6, 4, 3, 2, 1

   ambos con tamaño 10.

   Notar que cada altura tiene un recorrido máximo, por tanto al calcular el recorrido máximo de una altura dada, usaremos el recorrido máximo de alguna altura anterior, es decir un proceso recursivo.

20. Se pueden presentar 4 casos:

   Regala los 4 coches a un solo hermano, esto lo puede hacer de 3 formas.

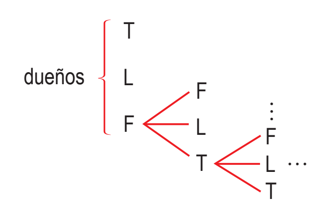
Regala 3 a uno y 1 a otro, esto se puede hacer de $C_2^3 \times C_3^4 \times 2!$ formas.

Regala 2 a uno y 2 a otro, esto se puede hacer de $C_2^3 \times C_2^4$ formas.

Regala 2 a uno, 1 a otro y 1 a otro, esto se puede realizar de $3! \times C_2^4$ formas.

Es decir se puede hacer la repartición de:
$3 + C_2^3 \times C_3^4 \times 2! + C_2^3 \times C_2^4 + 3! \times C_2^4 = 81$
formas posibles.

Ahora analicemos de manera distinta, el problema también podría plantearse, sin cambio en el resultado, del modo siguiente:
A cada coche asignaremos uno de los cuatro posibles dueños.



auto: azul blanco verde rojo

Es decir el problema se convierte en una variación con repartición cuya solución es $3^4 = 81$ formas posibles.

21. Tenemos un conjunto C de n elementos y queremos contar el número de subconjuntos de n elementos que tiene. Ya sabemos que este número es C_n^m, pero vamos a calcularlo de otra manera.

Sea $C_1 \in C$ un elemento de C, contamos en primer lugar los subconjuntos de C de n elementos que tienen a C_1. Esto es equivalente a contar los subconjuntos de n –1 elementos del conjunto C – {C_1}, que son C_{n-1}^{m-1}. En segundo lugar contamos los subconjuntos de C de n elementos que no tienen al elemento C_1. Como C_1 no puede estar en el subconjunto, tenemos que elegir a partir de los m – 1 elementos restantes de C. Esto de C_n^{m-1} subconjunto. Aplicando ahora el principio de suma:
$C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_n^{m-1}$

22. La idea para resolver el problema es calcular el total de permutaciones de los n elementos que es n! y restarle aquellas permutaciones cuando a y b están juntos. Si asumimos a y b como un sólo elemento habrá (n –1)! permutaciones con a y b juntos, pero a y b pueden permutarse de 2! formas. Entonces la solución será:

$$n! - 2(n-1)!$$
$$n(n-1)! - 2(n-1)!$$
$$(n-2)(n-1)!$$

Resolución de problemas

23. Cuatro cartas diferentes se pueden alinear de $V_4^4 = 4!$ formas, esto para cada una de las 9 cartas que pueden acompañar a las figuras. Por lo tanto tenemos $9 \times 4! = 216$ maneras.

24. Necesitamos ordenamientos específicos de 3 en 3 del total de 5 espacios en la cochera, es decir: $V_3^5 = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$ formas de estacionar los coches.

25. Se debe elegir tres elementos de un conjunto de cinco, sin importar el orden de elección, esto es:
$C_3^5 = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$
maneras de elegir a los tres alumnos.

26. Esquematizada:

H_1	M_1	H_2	M_2	H_3	M_3	H_4	M_4	H_5

Respetando esas posiciones los hombres pueden sentarse de 5 ! formas y las mujeres de 4 ! formas.
Pueden sentarse de $5! \times 4! = 2880$ formas.

Clave B

27. Se puede formar las señales usando 1, 2, 3, 4, ó 5 banderas. Para cualquiera de estas opciones, la que se busca son arreglos específicos sin repetición, es decir, variaciones, por la que la solución será:

$$V_1^5 + V_2^5 + V_3^5 + V_4^5 + V_5^5$$
$$5 + \frac{5!}{3!} + \frac{5!}{2!} + 5! + 5!$$
$$5 + 20 + 60 + 120 + 120 = 325$$

Clave A

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 93) Unidad 4

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4. $P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B) = 0,9$

$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,1$

$P(A') = 1 - P(A) = 0,6 \Rightarrow P(A) = 0,4$

$P(A) . P(B) = 0,4 \times 0,3 = 0,12$ } son diferentes
$P(A \cap B) = 0,1$

Luego: Si $P(A) . P(B) \neq P(A \cap B)$

$\Rightarrow$ No son independientes.

5. Debemos comprobar que: $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

Sabemos:
$P(A \cap B) = 1 - P(A \cap B)'$
$P(A \cap B) = 1 - P[A' \cup B']$
$P(A \cap B) = 1 - 0,58 = 0,42$
Hacemos:
$P(A) . P(B) = 0,7 \times 0,6 = 0,42$
Observamos: $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$
Luego A y B son independientes.

Resolución de problemas

6. Se puede elegir dos fichas verdes de $C_2^5 \times 4$ formas. El espacio muestral está formado por C_3^9 elementos.

La probabilidad es: $\dfrac{C_2^5 \times 4}{C_3^9} = \dfrac{10}{21}$.

Clave A

7. El espacio muestral son todas las monedas, es decir 14. El evento consta de 5 elementos.

La probabilidad es: 5/14.

Clave D

8. Supongamos que el primero ya ha elegido un número, entonces la probabilidad de que el segundo elija el mismo número es:

$P = \dfrac{1}{10} = 0,1$

Por tanto la probabilidad de que no elijan el mismo número será:

$1 - \dfrac{1}{10} = \dfrac{9}{10} = 0,9$

Clave C

9. Nos piden: $P_{(obtener\ 6)} = P(A)$

$P(sea\ par) = P(B)$

$\Rightarrow P(A/B) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(B)} = \dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \dfrac{1}{3}$

Clave B

10. Se observa que el resultado en cada dado no influye en el resultado del otro. Cada resultado es independiente. Luego:

$P_{(par\ 1.^{er}\ dado)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

$P_{(par\ 2.^{o}\ dado)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

$P_{(par\ 3.^{er}\ dado)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow P_{(3\ sean\ pares)} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$

Clave D

Nivel 2 (página 93) Unidad 4

Comunicación matemática

11. A) Del total de 8 números, 2 cumplen con la condición, entonces la probabilidad es:

$\dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

B) Por propiedad:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
A: número par: {2; 4; 6, 8}
B: mayor a 5: {2; 7; 8}

$P(A \cup B) = \dfrac{4}{8} + \dfrac{3}{8} - \dfrac{2}{8} = \dfrac{5}{8}$

La respuesta es: $\dfrac{1}{4} + \dfrac{5}{8} = \dfrac{7}{8}$.

Clave C

12. $P = \dfrac{\text{cuadrados de } 4\ cm^2}{\text{total de cuadrados}}$

$P = \dfrac{4}{14} = \dfrac{2}{7}$

Clave B

Razonamiento y demostración

13. I. Como A y B son independientes

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) . P(B)$.

Esta última expresión solamente es igual a P(B) si P(A) = 1.

II. $P(B \cup A) = P(B) + P(A) - P(B \cap A)$. Si fuera cierto la información entonces:

$P(A) + P(B) = P(B) + P(A) - P(B \cap A)$

$\Rightarrow P(B \cap A) = 0 \Rightarrow B \cap A = \varnothing$ y esto es imposible, pues A y B no son mutuamente excluyentes. Luego la afirmación no es cierta.

III. $P(A'/B) = \dfrac{P(A' \cap B)}{P(B)} \Rightarrow$ De la afirmación, se tendría que cumplir $\dfrac{P(A' \cap B)}{P(B)} = P(A')$

$\Rightarrow P(A' \cap B) = P(A') . P(B)$

Luego A' y B deben ser independientes, y como A y B son independientes A' y B también lo son. Luego la afirmación es cierta.

Clave C

14. Se observa que $A = \{2; 3; 5; 7\}$

$B = \{1; 4; 9\}$

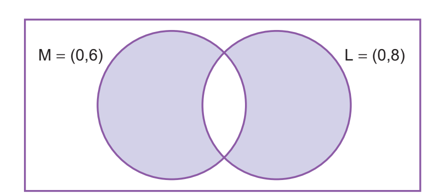
$\Rightarrow A \cap B = \varnothing$

Luego los eventos son mutuamente excluyentes.

Resolución de problemas

15. $P_{(Mat.)} = 0,6$

$P_{(Leng.)} = 0,8$

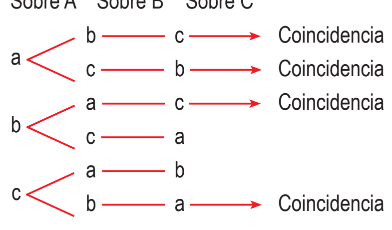


Nos piden:
$P(M \cup L) - P(M \cap L)$
$= P(M) + P(L) - P(M \cap L) - P(M \cap L)$
$= P(M) + P(L) - 2P(M \cap L)$

Pero M y L son eventos independientes, luego
$P(M \cap L) = P(M) . P(L)$
Finalmente tendríamos:
$P(M) + P(L) - 2P(M) . P(L)$
$= 0,6 + 0,8 - 2(0,6)(0,8)$
$= 0,44$

Clave B

16. Hacemos un diagrama que refleja la situación. Llamamos a los sobres A; B y C; y a las cartas correspondientes a, b y c.

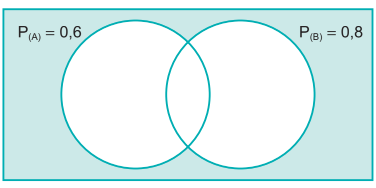


Observamos que hay 6 posibles ordenaciones y que en cuatro de ellas hay al menos una coincidencia. Por tanto la probabilidad pedida será:

$P = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

Clave C

17. Si: A = aprobar el primer examen.
B = aprobar el segundo examen.
$\Rightarrow P(A) = 0,6$
$P(B) = 0,8$

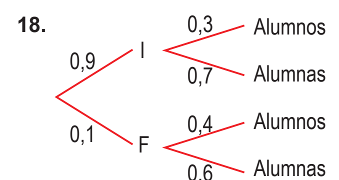


Nos piden: $P[(A \cup B)']$

$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$
$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$
$\Rightarrow P(A , B)' = 1 - (0,6 + 0,8 - 0,5) = 0,1$

Clave D

18.



$P_{(chica)} = 0,9 \times 0,7 + 0,1 \times 0,6 = 0,69$

Clave C

19. El evento posible de que una pareja dada sean esposos se cumplirá de 8 maneras, puesto que hay 8 parejas de casados.

El espacio muestral son todas las parejas posibles. Entonces la probabilidad es:

$$\frac{8}{C_2^{16}} = \frac{8 \times 14! \times 2!}{16!} = \frac{1}{15}$$

Clave C

20. $\dfrac{C_2^5 \times C_1^7}{C_3^{12}} = \dfrac{5! \times 7 \times 3! \times 9!}{3! \times 2! \times 12!} = \dfrac{7}{22}$

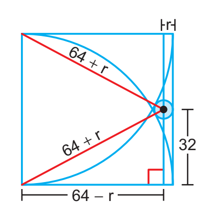
Clave A

Nivel 3 (página 94) Unidad 4

Comunicación matemática

21. $\text{Probabilidad} = \dfrac{\text{Área del círculo}}{\text{Área de la mesa}}$

Hallamos el área del círculo:



Se observa:

$(64 + r)^2 = 32^2 + (64 - r)^2$

$r = 4$

Área del círculo $= \pi \cdot 4^2 = 16\pi$

Luego la probabilidad será:

$$P = \frac{16\pi}{64^2} = \frac{16\pi}{4096} = \frac{\pi}{256}$$

Clave A

22.

$P(D) < P(B) < P(A) < P(C)$

Razonamiento y demostración

23. Debemos demostrar que $P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B')$ sabiendo que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Luego:

$$\begin{aligned} P(A' \cap B') &= P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) \\ &= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \\ &= 1 - P(A) - P(B) + P(A) \cdot P(B) \\ &= [1 - P(A)] \cdot [1 - P(B)] \end{aligned}$$

$\Rightarrow P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B')$

24. A) El número de casos posibles es:

$$V_3^3 = 3!$$

$$\Rightarrow P_{(acertar)} = \frac{1}{6}$$

B) Con dos cerraduras el número de casos posibles es: $V_2^3 = \dfrac{3!}{(3-2)!} = 6$

Luego la probabilidad de acertar a la primera es igual en ambos casos $= \dfrac{1}{6}$.

Clave D

Resolución de problemas

25. Se observa que los viernes y domingo tienen cero probabilidades de encontrarse, pues en esos días ninguno de los dos va a la tienda.

En cualquier otro día, por ejemplo, el martes, sucede que:

$P_{(\text{Roberto vaya el martes})} = \dfrac{4}{5}$

$P_{(\text{Karina vaya el martes})} = \dfrac{2}{5}$

La probabilidad de que vayan ambos es la probabilidad de la intersección, y como los dos sucesos son independientes, es el producto:

$$P(R \cap K) = P(R) \cdot P(K) = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{25}$$

Clave C

26. Sea: $P(1) = P(4) = P(6) = x$

$P(2) = P(3) = P(5) = 2x$

Estos sucesos son mutuamente excluyentes, y como:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$x + 2x + 2x + x + 2x + x = 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$P(2) = \dfrac{2}{9};\ P(4) = \dfrac{1}{9};\ P(6) = \dfrac{1}{9}$

$$\therefore\ P(par) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

Clave C

27. Los únicos números con tres divisores son los primos al cuadrado, en este caso solo 4 y 9.

4 se podría formar por la suma de (2, 1; 1)
$\Rightarrow$ 3 formas

9 $\longrightarrow$ (6; 2; 1) $\longrightarrow$ 6 formas
(5; 3; 1) $\longrightarrow$ 6 formas
(5; 2; 2) $\longrightarrow$ 3 formas
(4; 2; 3) $\longrightarrow$ 6 formas
(4; 4; 1) $\longrightarrow$ 3 formas
(3; 3; 3) $\longrightarrow$ 1 forma
(7; 1; 1) $\longrightarrow$ 3 formas

En total 31 formas de las $6 \times 6 \times 6 = 216$ posibles

$\therefore$ La probabilidad es: $\dfrac{31}{216}$.

Clave C

28. Número de elementos del espacio muestral $= n(\Omega) = C_5^{15}$

$$= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$= n(\Omega) = 3003$

Número de eventos exitosos $= n(E) = C_2^4 \times C_2^6 \times C_1^5$

$= 6 \times 15 \times 5$

$= 450$

$$\therefore P(E) = \frac{450}{3003} = \frac{150}{1001}$$

Clave C

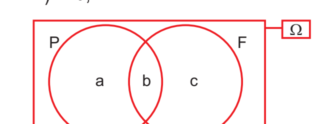
29. P = llevar psicología

F = llevar filosofía

$P(P') = 0,49 \longrightarrow P(P) = 0,51$

$P(F') = 0,53 \longrightarrow P(F) = 0,47$

$P(P' \cap F') = 0,27$



$P(\Omega) = P(P' \cap F') + P(P \cup F)$

Donde:

$P(F) = b + c = 0,47$ y $P(P) = a + b = 0,51$

$P(P \cup F) = a + b + c = 0,73$

$\Rightarrow a = 0,26;\ b = 0,25;\ c = 0,22$

Nos piden: $a + c = 0,48$.

Clave B

30. A = hay un pequeño sismo en Perú

B = hay un fuerte sismo en el Océano Pacífico

$P(A) = 0,8$

$P(A/B) = 0,4$

Por probabilidad condicional:

$$P(A/B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)}$$

$P(B \cap A) = 0,8 \times 0,4$

$P(B \cap A) = 0,32$

Clave D

31. Hay 2 posibilidades de que el producto sea 24: 6×4 y 4×6.

El espacio muestral está formado por todos los productos mayores a 10, que son un total de 17.

Entonces la probabilidad es $\dfrac{2}{17}$.

Clave B

32. La solución es una adición de combinaciones:

$C_1^8 + C_2^8 + C_3^8 + \ldots + C_8^8$

$8 + 28 + 56 + \ldots + 56 + 28 + 8 + 1 = 255$

Clave B

33. Cada dado nos da 6 probabilidades, en total si son d dados nos dará 6^d.

Cada moneda nos da 2 posibilidades, en total si son m monedas nos dará 2^m.

El total de posibilidades es $6^d \cdot 2^m = 2^{d+m} \cdot 3^d$

Clave C

34. Se trata de una permutación con elementos repetidos, la solución es:

$$P_{2,2}^8 = \frac{8!}{2!2!} = 10\ 080$$

Clave C

MARATÓN MATEMÁTICA (página 96) Unidad 4

1.

I_i	f_i	F_i	
[6, 16⟩	8	8	
[16, 26⟩	20	28	← Q_1
[26, 36⟩	25	53	← Me, Q_2, y Mo
[36, 46⟩	10	63	
[46, 56]	5	68	
	n = 68		

$\frac{n}{2} = 34$

$\Rightarrow$ Me $= 26 + 10\left(\frac{34 - 28}{25}\right)$

Me = 28,4

Clave C

2. $\frac{n}{4} = 17$

$Q_1 = 16 + 10\left(\frac{17 - 8}{20}\right)$

$Q_1 = 20{,}5$

Clave A

3. $\frac{3n}{4} = 51$

$Q_3 = 26 + 10\left(\frac{51 - 28}{25}\right)$

$Q_3 = 35{,}2$

Clave E

4. $d_1 = 5$

$d_2 = 15$

Mo $= 26 + 10\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) = 26 + 10\left(\frac{5}{20}\right)$

Mo = 28,5

Clave D

5. Sea el evento:

A: no aparecen dos 6.

$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{45}$

Clave E

6. $\frac{C_8^{10} \times (C_1^2)^8}{C_8^{20}} = \frac{384}{4199}$

Clave C

7. $\frac{C_1^{10} \times C_6^9 \times (C_1^2)^6}{C_8^{20}} = \frac{1792}{4199}$

Clave A

8. Ω = {MMM; MMH; MHM; HMM; MHH; HMH; HHM; HHH}

Sean los eventos:
A: la familia tiene 3 hijos.
B: la familia tiene por lo menos dos hijas.

Luego:
A = {MMM}; B{MMM; MMH; MHM; HMM}; $A \cap B$ = {MMM}

Por lo tanto:

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{4}{8}} = \frac{1}{4}$

Clave B

9. Sean los eventos:

A: Roberto se matricula en el curso de Física II.
B: Roberto aprueba el curso de Física II.

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B / A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$

Clave E

10. Sea r% la tasa anual.

Datos:
Vn = S/.9000
Va = S/.8635

Sabemos:
Dc = Vn – Va

$\frac{9000 \, . \, r \, . \, 73}{36\ 000} = 9000 - 8635$

$\frac{73r}{4} = 365 \Rightarrow r = 20$

$\therefore$ r% = 20%

Clave A

11. Dato:

Va_1 = S/.3700

Va_2 = S/.3775

$Dc_1 = Vn - Va_1$

$\frac{Vn \, . \, r \, . \, 90}{1200} = Vn - 3700$ ...(1)

$Dc_2 = Vn - Va_2$

$\frac{Vn \, . \, r \, . \, 40}{1200} = Vn - 3775$ ...(2)

Dividiendo (1) entre (2):

$\frac{9}{4} = \frac{Vn - 3700}{Vn - 3775}$

$9Vn - 33\ 975 = 4Vn - 14\ 800$

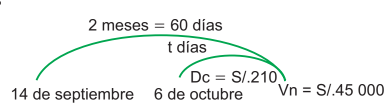
$5Vn = 19\ 175$

$\Rightarrow$ Vn = S/.3835

El valor actual es: S/.3835

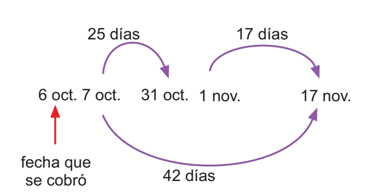
Clave D

12.



$Dc = \frac{Vn \, . \, r \, . \, t}{36\ 000}$

$210 = \frac{45\ 000 \, . \, 4 \, . \, t}{36\ 000} \Rightarrow t = 42$ días



$\therefore$ El documento vence el 17 nov.

Clave A